

# Negoziare con l'Algebra

Complessità dei conflitti e dell'inconscio

*Oswaldo Duilio Rossi PhD*

© 2022

IFORMEDIATE | 00182 Roma, Via Tuscolana n. 44

[www.iformediate.com](http://www.iformediate.com)

## INDICE

### Introduzione

**Algoritmi lineari:** [Quantità e qualità](#) | [Valore atteso delle alternative](#)  
[Struttura del negoziato](#) | [Ottimizzazione classica](#) | [Simmetria informativa](#)  
[Razionalità realistica](#) | [Relatività speciale](#) | [Selezione delle alternative](#)  
[Armonizzazione statistica](#)

**Complessità della relazione:** [Pensiero algebrico](#) | [Numeri complessi](#)  
[Soluzioni complesse](#) | [Complessità del pensiero](#)

### Bibliografia

## Introduzione

La codificazione matematica delle trattative<sup>1</sup> ha dimostrato che la razionalità consente di calcolare soluzioni coerenti con i vincoli di spesa e con le mappe di utilità delle parti coinvolte in un *negoziato distributivo*<sup>2</sup>. D'altra parte, la codificazione psicologica delle trattative<sup>3</sup> ha dimostrato che l'emotività irrazionale delle parti influisce significativamente sullo svolgimento e sull'esito di un *negoziato integrativo*, anche a scapito delle soluzioni razionali. L'integrazione dei due approcci in un modello di mediazione flessibile<sup>4</sup> consente al mediatore di comprendere quale approccio adottare, a seconda del caso, adattandosi alla domanda latente veicolata dai litiganti. Purtroppo, una distinzione netta tra i due approcci implica un paradosso: la codificazione matematica può risultare ostica agli umanisti, benché l'approccio matematico semplifichi la complessità delle relazioni interpersonali, orientandole al calcolo opportunistico; mentre la codificazione psicologica può risultare ostica ai tecnici, benché l'approccio psicologico semplifichi il dialogo, centrandolo sulla pragmatica dei vissuti emotivi. Chi si concentra sull'opportunità oggettivo tende a trascurare gli aspetti soggettivi che, invece, possono identificare i nodi della conflittua-

- 
- 1 Nash (1950), Luce/Raiffa (1957), Schelling (1960), Kalai/Smorodinsky (1975) e Raiffa (1982).
  - 2 Fisher/Ury (1981) hanno distinto il *negoziato distributivo* (che “divide la torta” tra le parti) da quello *integrativo* (che “allarga la torta”).
  - 3 Coogler (1978), Fisher/Ury (1981), Dalfonzo (2002), Bush/Folger (2004), Fisher/Shapiro (2005) e Stone/Patton/Heen (2010).
  - 4 Rossi (2013/2022<sup>6</sup>).

lità; mentre chi predilige gli aspetti relazionali tende a trascurare il valore economico della trattativa.

Un approccio bilanciato consente di considerare entrambi i piani del negoziato<sup>5</sup>, ma richiede uno sforzo cognitivo da parte del mediatore, che deve “cambiare mentalità” anche molto di frequente durante una trattativa<sup>6</sup>. La capacità del mediatore di tenersi in equilibrio tra i due modelli si può attivare grazie alla consapevolezza di un legame intrinseco tra i due campi apparentemente distinti: voglio far *conoscere* una lettura matematica del conflitto che implica anche la relazione interpersonale, cosicché il mediatore possa *riconoscere* la struttura matematica del conflitto nella relazione interpersonale tra le parti e, viceversa, possa riconoscere i significati sistemici e relazionali nelle espressioni algebriche. Inoltre, propongo tre modelli originali per la soluzione matematica del problema distributivo, tanto sul piano economico (cap. 1.5 e cap. 1.6) quanto sul piano relazionale (cap. 2.2).

Ormai la diffusione dell'intelligenza artificiale nei campi più disparati delle attività sociali rende accettabile storicamente l'idea di trasformare (ancora una volta) il concetto di *ADR*: dall'*Alternative Dispute Resolution* originario siamo passati all'*Appropriate Dispute Resolution*<sup>7</sup> degli anni Duemila; ora possiamo pensare a quella che chiamerei *Algebraic Dispute Rationality*, Razionalità Algebrica dei Conflitti – un approccio predittivo alla conclusione degli accordi distributivi, soprattutto in materia di consumo (dove l'asimmetria informativa può limitare la portata dell'intervento relazionale) e bagatellare (dove lo sforzo conciliativo del terzo può sembrare sproporzionato rispetto al valore della lite). Ciò non riduce la complessità delle relazioni umane a una serie di algoritmi macchinosi, anzi: l'importanza psicologica del dialogo emerge da funzioni matematiche che rendono il senso della complessità<sup>8</sup>.

- 
- 5 Il contributo di Carli/Paniccia (2003) coglie tutto il senso dell'analisi sistemica delle relazioni interpersonali. Per chi aborrisse l'approccio psicologico alla mediazione, Giovannini (1998) ha evidenziato che la gran parte dei colloqui professionali si configurano come “colloqui psicologici”.
  - 6 Bonsante (1998: 127) suggeriva proprio di passare “da un livello emozionale a uno razionale e viceversa, quando uno dei livelli comincia a creare conflitto e incomprensione”.
  - 7 Azzato (2006). In ita. RAC, Risoluzioni Alternative delle Controversie (cioè alternative al giudizio ordinario), poi Risoluzioni Appropriate delle Controversie (cioè appropriate alle necessità delle parti e al tipo di lite).
  - 8 Al cap. 2.3 rileggo ed estendo il contributo di Matte Blanco (1975), che aveva introdotto per primo la possibilità di formalizzare matematicamente

Il sottotitolo di questo contributo fa riferimento alla *complessità*, che innanzitutto è un concetto matematico<sup>9</sup>, ma anche psicologico<sup>10</sup> ed epistemologico<sup>11</sup>. I tre campi convergono grazie alla codificazione algebrica (cap. 2): conoscere il significato della complessità e ricordarlo tramite pochi segni ( $c = a+bi$  e  $|c|^2 = a^2+b^2$ ) consente di riconoscere gli elementi conciliativi di una lite nella relazione che le parti agiscono di fronte al mediatore, e consente di utilizzare gli elementi conciliativi sul piano oggettivo o su quello soggettivo, a seconda della sensibilità del mediatore e delle sue necessità. L'intuito del mediatore (la sua partecipazione al discorso, la sua interpretazione dei dati, ecc.) fa parte della stessa complessità che lega i litiganti: il mediatore restituisce la complessità alle parti, per aiutarle a comprendere gli aspetti sottili e sfuggenti (emozioni, intenzioni, aspettative, ecc.), ma significativi, del conflitto. Una porzione della complessità relazionale richiede l'intervento intellettuale e le intuizioni di un professionista, ma l'altra parte della stessa complessità si può informatizzare.

I dati reali di una lite (le pretese economiche, la gestione dei rischi, l'analisi dei costi, ecc.) definiscono sistemi di calcolo e algoritmi (cap. 1) che aiutano il mediatore a comprendere le possibilità conciliative sul profilo opportunistico. Le interfacce utenti e l'automazione degli algoritmi forniscono sistemi analitici privilegiati, che consentono alle parti di conferire i dati in via riservata<sup>12</sup> e consentono al mediatore di concentrare la propria attenzione sugli aspetti qualitativi del conflitto, ma anche di affrontare gli aspetti quantitativi rapidamente e agevolmente, tramite il supporto di piattaforme informatiche, che analizzino anche *big data* per estrarre modelli di eccellenza. Ma il mediatore deve conoscere i modelli concettuale sottostanti al sistema e deve conoscere i processi matematici che restituiscono i risultati razionali, per trarre vantaggio dall'informatizzazione della mediazione.

---

le topiche freudiane: così, la razionalità sarebbe la capacità di “rendere conscio l'inconscio”, correlando funzionalmente concetti e simboli.

9 Cardano (1545), Bombelli (1572) e Argand (1874).

10 Freud (1910), Jung (1934), Guidano (1988).

11 Hayek (1978), Morin (1990), Ceruti (2018).

12 Un paradosso della mediazione: la simmetria informativa facilita l'accordo, ma l'asimmetria informativa protegge le parti dai rischi negativi.

# 1. Algoritmi lineari

## 1.0. Quantità e qualità

Ogni individuo ha gusti, preferenze e valori soggettivi complessi (cap. 2), che le altre persone possono violare (anche inconsapevolmente), innescando sentimenti che orientano i comportamenti e le scelte<sup>1</sup>: a volte le emozioni possono offuscare la razionalità.

I mediatori intervengono sugli aspetti relazionali del conflitto proprio per aiutare le parti in lite a superare le emozioni che ostacolano il raggiungimento di un accordo, ma anche la codificazione matematica può aiutare una persona a spostare la propria attenzione dal senso di offesa alla valutazione dei rischi, dalla rabbia all'opportunismo, dal desiderio di rivalsa al calcolo economico.

La letteratura ha codificato una serie di modelli che si possono implementare nella professione del mediatore, se informatizzati<sup>2</sup>,

- 
- 1 Chi gestisce i conflitti deve ricordare che l'emotività dipende dal soggetto, anziché dagli altri: la "*comunicazione dialogica responsabile* [si ha quando] il soggetto assume su di sé la responsabilità ultima della propria esperienza personale, evitando di attribuire all'interlocutore le cause dei propri vissuti nell'interazione" (Bonsante 1998: 125).
  - 2 L'*Information and Communication Technology (ICT)* consente di sviluppare sistemi di acquisizione e di elaborazione automatica dei dati in forma riservata.

cosicché il mediatore possa acquisire dati grezzi e dati elaborati, da utilizzare per comprendere con agilità le potenzialità di un negoziato distributivo: i calcolatori elettronici possono processare i dati economici, risparmiando al mediatore una fatica e, così, consentendogli di ricorrere principalmente alle proprie capacità comunicative e analogiche, per tentare la negoziazione integrativa.

Gli algoritmi elaborano dati quantitativi (come i costi di gestione del conflitto o le somme pretese come risarcimento) e dati qualitativi (come un ordine di preferenze personali): i dati quantitativi si identificano ricorrendo a documenti e a parametri reali (che ogni parte in lite dovrebbe acquisire preliminarmente); invece, i dati qualitativi si estraggono portando ciascuna parte a riformulare gli aspetti soggettivi del conflitto in termini numerici (p.es., chiedendo di valutare il gradimento di un'opzione con un voto)<sup>3</sup>.

L'armonizzazione dei dati qualitativi con i dati quantitativi consente di implementare un modello di calcolo che, a sua volta, semplifica l'interpretazione del negoziato e delle sue prospettive conciliative.

Il mediatore dovrebbe conoscere e comprendere la struttura dei modelli di calcolo, per poterli implementare nel proprio lavoro, ma i modelli economici possono risultare ostici o addirittura ingiustificati: perciò provo a spiegare nel modo più semplice possibile la loro costruzione, riferendo anche le nozioni algebriche essenziali e i passaggi matematici, per chi ne avesse bisogno.

## 1.1. Valore atteso delle alternative

Ciascuna persona coinvolta in una trattativa può disporre di una o più alternative all'accordo negoziato, che possono risultare migliori (MAAN) o peggiori (PAAN) dell'accordo stesso<sup>4</sup>, a seconda

3 L'interfaccia di un sistema informatico può estrarre i dati (quantitativi e qualitativi), somministrando domande specifiche a ciascuna parte coinvolta in una trattativa.

4 Fisher/Ury (1981) hanno introdotto gli acronimi *BATNA* (*Best Alternative To a Negotiated Agreement*) e *WATNA* (*Worst Alternative To a Negotiated Agreement*). In ita. MAAN (Migliore Alternativa all'Accordo Negoziato) e PAAN (Peggior Alternativa all'Accordo Negoziato). Già von Neumann/

dell'ordine di valori della persona interessata. Perciò, bisogna identificare le alternative, per poi valutarle, affinché si possa calcolare una transazione.

$$[ 1.1 ] \quad A = \{a_1, a_2, a_3 \dots a_n\}$$

Per identificare l'insieme delle proprie alternative ( $A$ )<sup>5</sup>, la persona interessata deve elencare le azioni ( $a_1 \dots a_n$ )<sup>6</sup> che lei stessa può compiere in prima persona per gestire il rapporto col proprio avversario.

Un esempio (semplicistico) chiarisce il metodo: Anna pretende che Biagio le risarcisca un danno di 1.000,00 € all'autovettura.

Innanzitutto Anna immagina di potere compiere varie scelte, oltretutto negoziare con Biagio, ed elenca varie opzioni (l'elenco varia a seconda di chi lo stila e a seconda delle informazioni disponibili)<sup>7</sup>: *mantenere la situazione corrente* ( $m$ ), tenendosi l'autovettura rotta; *citare Biagio in giudizio* ( $g$ ), iniziando una causa; *vendicarsi* ( $v$ ), sfregiando l'automobile di Biagio.

Poi Anna elenca i costi ( $c$ ) di ogni alternativa:

$$[ 1.2 ] \quad C = \{c_1, c_2, c_3 \dots c_n\}$$

Mantenere la situazione corrente ( $m$ ) non costa nulla ad Anna<sup>8</sup> ( $c_m = 0$ ); fare una causa ( $g$ ) implica il pagamento delle spese lega-

---

Morgenstern (1944) avevano identificato il concetto di *alternativa* come fondamento di ogni strategia.

5 Uso le lettere maiuscole per identificare gli insiemi e i vettori.

6 Uso le lettere minuscole per identificare enti e valori univoci. I numeri in pedice distinguono gli enti univoci accomunati in un insieme.

7 La soggettività influisce sulla valutazione delle alternative perché ciascuno "fa i conti" con i propri parametri di riferimento, con i propri processi cognitivi, con la propria realtà interiore.

8 Situazioni articolate implicano costi articolati. P.es., una comunione immobiliare che non si riesce a dividere aggregerebbe almeno le tasse e i costi di manutenzione correnti.

li<sup>9</sup> ( $c_g = 500$ ); la vendetta ( $v$ ) implica costi qualitativi o un investimento emotivo che (per ora) Anna non sa quantificare<sup>10</sup>.

$$[ 1.3 ] \quad B = \{b_1, b_2, b_3 \dots b_n\}$$

Allora Anna ipotizza i benefici ( $b$ ) conferiti da ciascuna alternativa:  $m$  conferirebbe lo *status quo* di Anna ( $b_m = -1000$ )<sup>11</sup>;  $v$  conferirebbe ad Anna un risultato qualitativo difficile da quantificare<sup>12</sup> (per ora);  $g$  può concludersi con (almeno) quattro esiti diversi, perciò  $g = w+x+y+z$  e  $b_g = b_w+b_x+b_y+b_z$ . Nella tab. 1.1 *Merito* significa che Anna può perdere (-) o vincere (+) la causa; *Spese* significa che Anna può ottenere il rimborso delle spese legali (+) o può doverle rimborsare a Biagio (-)<sup>13</sup>.

	<b>w</b>	<b>x</b>	<b>y</b>	<b>z</b>
<b>Merito</b>	-1000	-1000	+1000	+1000
<b>Spese</b>	-500	0	0	+500
<b><math>b_g = 0</math></b>	-1500	-1000	+1000	+1500

**Tabella 1.1:** *Es. di esiti giudiziari possibili.*

Allora Anna può calcolare il valore atteso di ogni alternativa ( $a$ ), calcolando la differenza tra i benefici e i costi ( $b-c$ ):

$$[ 1.4 ] \quad a = \pi(b-c)$$

- 9 I costi della lite giudiziale si compongono di voci che variano a seconda del caso. P.es., l'onorario dell'avvocato, il contributo unificato per iscrivere la causa al ruolo, l'imposta di registro sulla sentenza, l'onorario dei consulenti tecnici. La legge prescrive parecchi parametri di riferimento, come quelli del DPR 115/2002 o del DM 55/2014. Inoltre, la parte soccombente potrebbe rifiutarsi di rispettare la sentenza, perciò i costi potrebbero includere anche la fase esecutiva del giudizio.
- 10 P.es., Anna dovrebbe "trovare il coraggio" di sfregiare l'autovettura di Biagio e dovrebbe compiere un gesto che non ha mai compiuto prima, di cui non ha esperienza.
- 11 Un beneficio negativo identifica una PAAN potenziale.
- 12 P.es., Anna si sentirebbe "soddisfatta", ma anche "in colpa" e potrebbe pentirsi della vendetta.
- 13 I consulenti legali delle parti hanno un ruolo essenziale nell'identificazione di una strategia perché gli esiti di una causa (nell'es. ridotti a quattro alternative essenziali) possono variare a seconda del caso. P.es., il giudice potrebbe accogliere parzialmente una domanda giudiziale composta da più ragioni diverse.



Con una particolarità: gli esiti della causa ( $w, x, y, z$ ) dipendono dalla decisione di un terzo (il giudice), che Anna non sa prevedere. Perciò Anna pondera ciascuna *possibilità* ( $b-c$ ) con il rispettivo coefficiente di *probabilità* ( $\pi$ )<sup>14</sup>, che è un numero compreso tra 0 e 1 (cioè  $0 \leq \pi \leq 1$ ): il coefficiente  $\pi$  può significare “nessuna probabilità” (0), “il 100% di probabilità” (1), oppure tutti i gradi intermedi<sup>15</sup>. Così, l'alternativa  $m$  vale  $1 \times (-1000 - 0)$ , con  $\pi = 1$  perché la scelta  $m$  implica una sola possibilità ( $-1000 - 0$ ), a differenza di  $g$ , che implica quattro possibilità ( $w, x, y, z$ ), ciascuna associata a un grado di probabilità specifico.

Anna non ha informazioni che le consentano di prevedere come il giudice potrebbe valutare il suo caso, perciò Anna considera le quattro alternative equiprobabili:  $\pi_w = \pi_x = \pi_y = \pi_z = 1/4 = 0,25$ <sup>16</sup>, perciò Anna calcolerebbe  $g = 0,25w + 0,25x + 0,25y + 0,25z$ . Ma Anna espone il proprio caso a un amico avvocato, che (gratuitamente)<sup>17</sup> le prospetta scenari probabilistici diversi da quelli equi perché l'avvocato conosce la giurisprudenza in materia: la sconfitta con l'addebito delle spese legali avversarie sarebbe improbabile ( $0,05w$ ); la sconfitta a spese compensate sarebbe un po' più probabile ( $0,15x$ ); la vittoria piena sembrerebbe più che credibile ( $0,45z$ ); la vittoria a spese compensate sarebbe poco meno credibile ( $0,35y$ )<sup>18</sup>. Ne risulta  $g = 300$ , sommando tra loro i valori attesi (tab. 1.2).

	$m$	$w$	$x$	$y$	$z$	$v$
$c$	-0	-500	-500	-500	-500	???
$b$	-1000	-1500	-1000	+1000	+1500	???
<b>Saldo</b>	-1000	-2000	-1500	+500	+1000	???
$\pi$	1	0,05	0,15	0,35	0,45	1
$a$	-1000	-100	-225	+175	+450	???

**Tabella 1.2:** Es. di bilancio delle alternative.

14 Uso le lettere latine per indicare i numeri naturali o interi; uso le lettere greche per indicare i numeri razionali o le percentuali.

15 P.es.,  $0,2 = 20\%$  oppure  $0,07 = 7\%$ .

16 Se  $g$  raccogliesse 5 alternative, allora  $\pi_g = 1/5 = 0,2$ .

17 Il costo della consulenza andrebbe aggiunto ai costi del giudizio ( $c_g$ ).

18 La somma delle probabilità assegnate alle possibilità deve restituire sempre 1 (è certo al 100% che il giudice deciderà):  $0,05 + 0,15 + 0,45 + 0,35 = 1$ .

Anna decide di basare le proprie valutazioni sullo scenario prospettato dall'amico avvocato, che è un soggetto *propenso al rischio* (perché si sente in grado di fare previsioni probabilistiche); altrimenti, una Anna *avversa al rischio* calcolerebbe un esito basato su probabilità eque,  $g = 0,25(1000+500-1500-2000)$ , cioè  $g = -500$  (lo scenario con esiti equiprobabili); ma Anna potrebbe anche compensare tra loro le due opzioni,  $g = 250-500$ , cioè  $g = -250$ , se si sentisse *indifferente al rischio*.<sup>19</sup>

Anna si aspetta  $m = -1000$  e  $g = 300$ , ma ancora non sa come valutare la vendetta ( $v$ ): se scartasse  $v$  (proprio perché non riesce a valutarla) e se la trattativa con Biagio fallisse, Anna escluderebbe di non fare niente ( $m$  è una PAAN perché  $m < g$ ) e citerebbe Biagio in giudizio ( $g$  è una MAAN). Anna identifica l'alternativa di valore minimo (min) come una PAAN, da scongiurare, e l'alternativa di valore massimo (max) come una MAAN:

$$[ 1.5 ] \quad \text{PAAN} = \min(A)$$

$$[ 1.6 ] \quad \text{MAAN} = \max(A)$$

Così, Anna individua il proprio *Punto di Resistenza* (PdR): Anna negozierà con Biagio per ottenere un risarcimento pari o superiore a 300,00 € perché Anna si aspetta di ottenere  $g = 300$  dalla propria MAAN.

In sintesi: prima di negoziare ciascuna parte elenca le proprie alternative ( $A$ ), valuta i costi ( $c$ ) e i benefici ( $b$ ) di ciascuna alternativa, li pondera con le probabilità ( $\pi$ ) e calcola il valore atteso di ciascuna alternativa ( $a$ ). La trattativa serve a scongiurare l'alternativa dal valore peggiore (PAAN); mentre l'alternativa dal valore migliore (MAAN) identifica il limite negoziale (PdR).

Entrambe le parti (Anna e Biagio) sviluppano lo stesso ragionamento (sebbene con dati diversi perché, p.es., Biagio potrebbe affidarsi a un avvocato più costoso di quello di Anna), cosicché entrambe le parti identificano il proprio PdR<sup>20</sup>.

<sup>19</sup> La soggettività influisce sulla valutazione delle alternative.

<sup>20</sup> La MAAN di Biagio significa la porzione di risarcimento che Biagio preferisce trattenere per sé o spendere per conseguire un risultato specifico.

(Anna) <b>Azione</b>	(Biagio) <b>Reazione</b>	(Anna) <b>Contromisura</b>	(Anna) <b>Valore</b>
<i>Vendetta (v)</i> 2,2	<i>Denuncia</i>	<i>Condanna</i>	<b>0</b>
		<i>Assoluzione</i>	4
	<i>Ritorsione</i>	<i>Faida</i>	1
		<i>Disfatta</i>	1
	<i>Soccombienza</i>	<i>OK</i>	5
<i>Status quo (m)</i> 5	<i>Niente</i>	<i>-1000</i>	<b>2</b>
	<i>Risarcimento</i>	<i>OK</i>	8
<i>Causa (g)</i> 5,5	<i>Difesa</i>	<i>+300</i>	<b>4*</b>
	<i>Risarcimento</i>	<i>OK</i>	7

**Tabella 1.3:** *Albero decisionale.*

Anna può valutare l'alternativa  $v$  tramite un albero decisionale, un'analisi sequenziale dei risultati conferiti dalle varie alternative (tab. 1.3): Anna identifica le proprie *azioni* di base ( $v, m, g$ ), quindi elenca le possibili *reazioni* di Biagio a ciascuna azione di Anna; quindi elenca le proprie possibili *contromisure* – le controreazioni oppure i benefici finali di Anna – per ciascuna reazione di Biagio; infine, Anna assegna un giudizio di valore – un voto compreso tra 0 e 10 – a ciascun esito finale.

L'albero identifica i rami principali ( $v, m, g$ ), da cui si diramano le reazioni e le contromisure: ogni contromisura conferisce un valore finale, valutato soggettivamente (cap. 2.2). Il valore medio dei risultati afferenti a un ramo principale identifica il valore atteso di ciascuna strategia: la vendetta ( $v$ ) è la PAAN di Anna perché  $\frac{0+4+1+1+5}{5} = 2,2_v < 5_m < 5,5_g$ . D'altro canto, la causa legale ( $g$ ) è la soluzione migliore anche perché individua il *punto di sella* (il risultato che protegge Anna dall'esito peggiore possibile,  $0_v$ ):  $4_g$  è il *maximin*<sup>21</sup> ( $4_g > 2_m > 0_v$ ). Il punto di sella significa che Anna deve scegliere la causa ( $g$ ) perché il risultato peggiore della causa ( $4_g < 7_g$ ) vale più dei risultati peggiori delle altre alternative ( $2_m$  e  $0_v$ ).

21 Hurwicz (1945: 914) ha spiegato che nella teoria di von Neumann/Morgenstern (1944) il *Maximum Minimorum* ("massimo dei minimi" in lat.) è il risultato migliore tratto dall'insieme dei risultati peggiori.

## 1.2. Struttura del negoziato

La codificazione matematica serve a calcolare l'importo economico di un accordo concluso in un negoziato transattivo di tipo distributivo<sup>22</sup>: il risultato conciliativo ( $x$ ) è la somma incassata da Anna, che dipende da una funzione ( $\psi$ ) applicata alla pretesa di Anna ( $p$ ) e ai PdR di Anna ( $q$ ) e di Biagio ( $r$ ):

$$[ 1.7 ] \quad x = \psi(p, q, r)$$

I prossimi capitoli illustrano varie funzioni ( $\psi$ ) che massimizzano l'impiego delle risorse ( $p$ ), distribuendole tra Anna ( $x$ ) e Biagio ( $y$ ). Perciò le funzioni rispettano il vincolo:

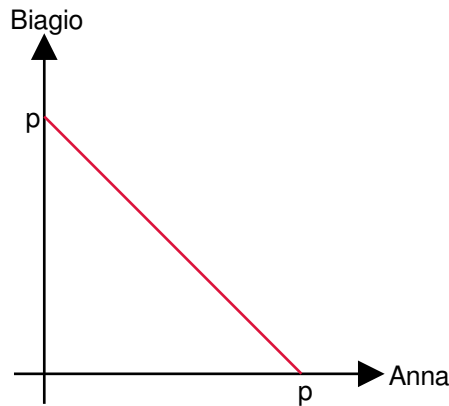
$$[ 1.8 ] \quad p = x+y$$

$$p-x = y$$

In altri termini,  $y$  nell'eq. 1.8 significa che Biagio trattiene per sé quanto resta di  $p$  dopo che Anna ha incassato il pagamento  $x$ . La fig. 1.1 visualizza l'eq. 1.8 come il vincolo entro cui Anna e Biagio possono spartirsi  $p$ : le coordinate *interne* al vincolo (nell'area del triangolo) implicano risorse risparmiate ( $x+y < p$ ); mentre le coordinate *esterne* al vincolo implicano risorse inaccessibili ( $x+y > p$ ); infine, le soluzioni collocate *lungo* il vincolo massimizzano l'impiego di tutte le risorse disponibili ( $x+y = p$ ).

---

22 Un negoziato è *transattivo* quando le parti cercano un accordo sul prezzo, avendo già concordato chi debba pagare un importo e chi debba incassarlo. Un negoziato è *distributivo* quando le parti si spartiscono un insieme di risorse vincolato. Cfr. Brett (2000) e Hooper/Pesantez/Rizvi (2005).



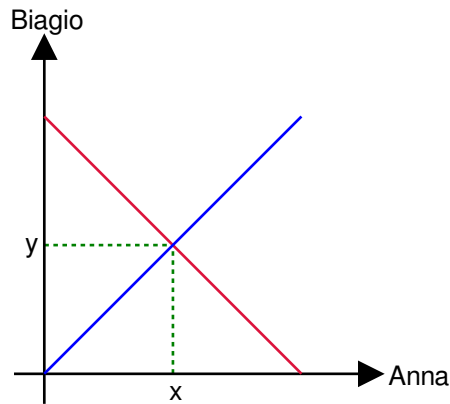
**Figura 1.1:** *Vincolo delle risorse.*

L'iniziativa di Anna (che comunica a Biagio la pretesa  $p$ ) produce un effetto psicologico detto *ancoraggio*<sup>23</sup>: la pretesa induce Biagio a identificare un valore ( $p$ ) di cui Anna potrebbe appropriarsi, sottraendolo a Biagio; perciò Biagio *ancora* o vincola la propria attenzione al riferimento quantitativo comunicato da Anna ( $p$ )<sup>24</sup>. L'iniziativa di Anna qualifica il negoziato come una trattativa in cui ciascuno desidera accaparrarsi la stessa risorsa ( $p$ ). L'iniziativa di Anna attiva una trattativa distributiva *a somma zero*, per cui ciascuno pensa di perdere ciò che il proprio avversario riuscirà ad ottenere:

$$[ 1.9 ] \quad \begin{aligned} x - y &= 0 \\ x &= y \end{aligned}$$

<sup>23</sup> Tversky/Kahneman (1974).

<sup>24</sup> Biagio può liberarsi dell'ancora, se analizza criticamente la propria posizione (cap. 1.1) e se esce dalla cornice logica preimpostata da Anna.



**Figura 1.2:** Illusione della mediazione a somma zero.

La fig. 1.2 illustra l'eq. 1.9 (la retta blu inclinata positivamente,  $x = y$ ) posta a sistema con l'eq. 1.8 (la retta rossa inclinata negativamente  $p - x = y$ ): così,  $p - x = x$  calcola il valore di  $x$  comune a entrambe le rette, che è il loro punto d'intersezione, e la soluzione implica  $p = x + x$ , perciò  $p = 2x$  o  $p/2 = x$ . Ciò significa che il negoziato “a somma zero” (eq. 1.9) induce a credere che la soluzione sia una distribuzione perfettamente equa delle risorse ( $x = y$ ), perciò che “la soluzione si trovi nel mezzo”<sup>25</sup>: circostanza da cui deriva l'illusione che *mediare* significhi “fare a metà” ( $p/2$ ). La sovrapposizione delle due equazioni implica che l'ancoraggio alla pretesa reale ( $p = x + y$ ) e il condizionamento cognitivo del gioco a somma zero ( $x = y$ )<sup>26</sup> illudano Anna e Biagio che la soluzione “ragionevole” implichi dividere a metà le risorse disponibili.

La fig. 1.2 illustra la soluzione di un modello  $x = \psi(p)$ , semplicistico e incompleto rispetto all'eq. 1.7, perché  $x = \psi(p)$  trascura i PdR di Anna ( $q$ ) e di Biagio ( $r$ ): l'introduzione dei PdR nel sistema di equazioni consente alle parti di liberarsi di quella che chiamerei volgarmente “l'illusione della mediazione”, secondo cui *mediare* significa semplicisticamente “trovare la via di mezzo”.

La soluzione conciliativa razionale ripartisce  $p$  tra Anna e Biagio, ma in proporzione potenzialmente diversa dal 50%: l'aggettivo *razionale* – da *ratio* (lat. “rapporto”, “relazione”) – significa “proporzionale” perché  $p$  si distribuisce tra Anna e Biagio in ra-

<sup>25</sup> Semmai, la soluzione si trova nel *medium*, nel “mediatore”.

<sup>26</sup> La sovrapposizione di un vincolo reale (quantitativo) e di un condizionamento cognitivo (qualitativo) suggerisce la necessità di interpretare il negoziato nell'orizzonte della complessità (cap. 2).

gione di una quota che dipende dal rapporto algebrico tra i loro PdR, che delimitano lo spazio transattivo. Anna ottiene una certa quota ( $\pi$ )<sup>27</sup> della propria pretesa,  $x = \pi p$ , e Biagio ottiene la quota restante,  $y = (1-\pi)p$ . Perciò, l'eq. 1.8 si può precisare come:

$$[ 1.10 ] \quad p = \pi p + (1-\pi)p$$

P.es.,  $p = 0,7_A(p) + 0,3_B(p)$  significa che Anna ottiene il 70% di  $p$  e Biagio trattiene il 30% restante:  $1000 = 700 + 300$ .

Una funzione ( $\psi$ ) applicata alle variabili ( $p, q, r$ ) identifica la quota ( $\pi$ ) che calcola la somma ( $x$ ) da assegnare ad Anna: funzioni diverse si possono modellare sviluppando ragionamenti diversi.

### 1.3. Ottimizzazione classica

L'eq. 1.7 identifica le tre variabili ( $p, q, r$ ) che consentono di calcolare un accordo transattivo, adottando il sistema di calcolo seguente<sup>28</sup>. Nell'es. Anna prende l'iniziativa e comunica a Biagio una pretesa di risarcimento ( $p = 1000$ ), definendo il vincolo di una trattativa a somma zero (eq. 1.8 e fig. 1.1). Inoltre, ciascuna parte conosce il proprio PdR ( $q = 300$  per Anna;  $r = 550$  per Biagio); perciò, Biagio identifica la propria offerta migliore o l'*ultimatum* che Biagio pagherebbe ad Anna ( $s = 450$ ):

$$[ 1.11 ] \quad s = p - r$$

Infine, il negoziato distributivo a somma zero implica che ciascuna parte aspiri a ottenere l'intera pretesa ( $p$ ): perciò, le aspettative delle parti in conflitto si normalizzano<sup>29</sup>, immaginando uno scenario virtuale in cui entrambe ottengano  $p$ . Così, la realtà prag-

27 Anna potrebbe anche ottenere la metà della propria pretesa ( $\pi = 0,5$ ), come suggerisce "l'illusione della mediazione", ma solo se il rapporto ( $\psi$ ) tra la pretesa ( $p$ ) e i PdR delle parti ( $q, r$ ) giustificasse tale risultato.

28 Il modello proposto in questo capitolo semplifica in pratica le soluzioni di Nash (1950), Kalai/Smorodinsky (1975) e Raiffa (1982: 235-250).

29 Raiffa (1953: 379), Kalai/Smorodinsky (1975: 516) e Raiffa (1982: 241).

matica ( $p$ ) si sovrappone a quella virtuale, che significa uno scenario *win-win* ideale ( $x+y = 2p$ )<sup>30</sup>.

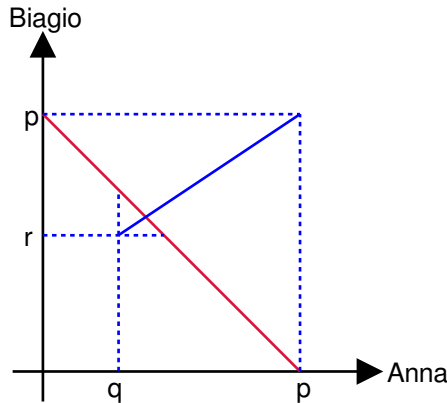


Figura 1.3: Vincolo e aspettative.

La fig. 1.3 riassume i dati appena raccolti: il vincolo inclinato negativamente rappresenta la frontiera di distribuzione della pretesa ( $p = x+y$ ); le coordinate dei PdR di Anna e di Biagio individuano il *punto di disaccordo* ( $q, r$ ) a sinistra e al di sotto di cui le parti escludono di conciliarsi; l'area del triangolo piccolo, con i cateti blu tratteggiati e il vertice nel punto di disaccordo ( $q, r$ ), identifica la *Zona di Possibile Accordo* (ZOPA)<sup>31</sup>; l'ipotenusa (rossa) del triangolo piccolo rappresenta la porzione di ZOPA che massimizza il risultato perché lì Anna e Biagio ripartiscono tutta la somma ( $p$ ), senza risparmiare risorse<sup>32</sup>; le coordinate delle aspirazioni massime di Anna e Biagio ( $p, p$ ) individuano la condizione virtuale desiderabile da entrambi, esterna al vincolo e irrealizzabile (il gioco è a somma zero e l'aspirazione massima implicherebbe l'ideale inaccessibile  $2p$ ); infine, il segmento che congiunge il punto di disaccordo ( $q, r$ ) col punto virtuale ( $p, p$ ) identifica lo "spazio

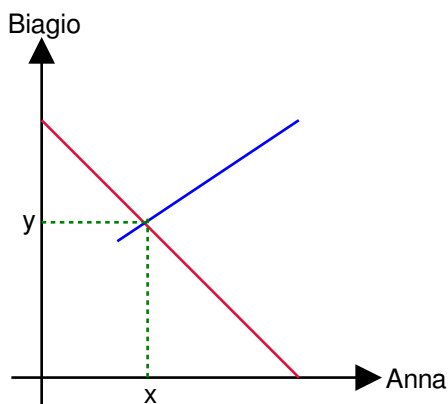
30 L'ideale ( $2p$ ) è il reciproco dell'illusione ( $p/2$ ).

31 Fisher/Ury (1981) hanno introdotto l'acronimo *ZOPA* (*Zone of Possible Agreement*).

32 L'accordo si trova tra il PdR di Anna e l'ultimatum di Biagio:  $q \leq x \leq s$  significa che la ZOPA vale  $z = s - q$  (eq. 1.18). Nell'es. Anna accetterà almeno 300 e Biagio pagherà al massimo 450, con ZOPA di  $150 = 450 - 300$ . Il punto di disaccordo ( $q, r$ ) sarebbe una soluzione al conflitto, se il punto stesso appartenesse al vincolo: l'identità  $p = q+r$  (anziché  $p = x+y$ ) implicherebbe la soluzione  $p - q = r$ .



delle aspettative” tramite cui raggiungere l'accordo più soddisfacente per Anna e Biagio. L'accordo (fig. 1.4) è il punto del grafico  $(x, y)$  che appartiene al segmento delle aspettative (per corrispondere ai desideri di entrambe le parti) e al vincolo di bilancio (per allocare tutte le risorse disponibili)<sup>33</sup>. Le coordinate dell'intersezione indicano l'incasso di Anna ( $x$ ) e la rimanenza di Biagio ( $y$ ): si calcolano col sistema di equazioni delle due rette (fig. 1.4).



**Figura 1.4:** Soluzione transattiva.

Il vincolo di bilancio ha equazione  $p = x+y$  (eq. 1.8) oppure (esplicitando un'incognita)  $y = p-x$ . Invece, l'equazione del segmento delle aspettative deriva dall'equazione generale di una retta<sup>34</sup>,  $\frac{y-r}{p-r} = \frac{x-q}{p-q}$ , in cui sostituisco l'offerta massima di Biagio ( $s$ ) alla differenza  $p-r = s$  (eq. 1.11); così, ho  $\frac{y-r}{s} = \frac{x-q}{p-q}$ , che riscrivo  $y-r = \frac{(x-q)s}{p-q}$  e, infine, riscrivo esplicitando l'incognita  $y$ :

$$[ 1.12 ] \quad y = \frac{(x-q)s}{p-q} + r$$

Adesso posso uguagliare i membri destri delle equazioni 1.8 e 1.12, per costruire il sistema di calcolo dell'accordo (fig. 1.4):

33 Il modello replica “l'illusione della mediazione” (fig. 1.2), ma considera il punto di disaccordo  $(q, r)$ , anziché lo zero, come l'origine del sistema di riferimento negoziale.

34 Ogni retta ha equazione  $(y-y_0)/(y_1-y_0) = (x-x_0)/(x_1-x_0)$ :  $x$  e  $y$  sono le incognite, mentre le coppie  $(x_0, y_0)$  e  $(x_1, y_1)$  sono le coordinate di due punti qualsiasi della retta stessa. Nel modello i due punti sono  $(r, q)$  e  $(p, p)$ .

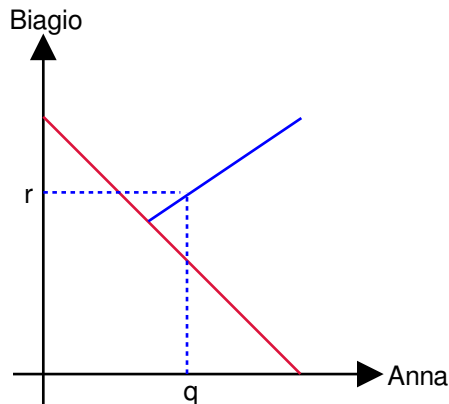
$$[ 1.13 ] \quad p - x = \frac{(x - q)s}{p - q} + r$$

La soluzione dell'equazione<sup>35</sup> calcola la somma ( $x$ ) che Anna ottiene per concludere l'accordo:

$$[ 1.14 ] \quad x = \frac{ps}{p - q + s}$$

Sostituendo i numeri alle lettere (la pretesa di Anna,  $p = 1000$ ; il PdR di Anna,  $q = 300$ ; l'ultimatum di Biagio,  $s = 450$ ), l'accordo in favore di Anna risulta:  $391,30 = \frac{1000 \times 450}{1000 - 300 + 450}$  che Biagio paga, trattenendo per sé  $608,70$  ( $y = p - x$ , secondo l'eq. 1.8).

Il coefficiente dell'eq. 1.10 è  $\pi = \frac{s}{p - q + s}$  (nell'es.  $\pi = 0,3913$ ) perché l'eq. 1.14 si può scrivere anche:  $x = p \frac{s}{p - q + s}$  (cioè  $x = p\pi$ ).



**Figura 1.5:** Disaccordo esterno al vincolo.

35 Esplicito il prodotto  $(x - q)s$  al membro destro:  $p - x = \frac{xs - qs}{p - q} + r$ . Sottraggo  $r$  a entrambi i membri dell'equazione:  $p - x - r = \frac{xs - qs}{p - q}$ . Sostituisco l'identità  $p - r = s$  (eq. 1.11):  $s - x = \frac{xs - qs}{p - q}$ . Moltiplico il denominatore  $(p - q)$  per entrambi i membri:  $(p - q)(s - x) = xs - qs$ . Sottraggo il prodotto  $xs$  da entrambi i membri:  $(p - q)(s - x) - xs = -qs$ . Sviluppo il prodotto al membro sinistro:  $ps - qs - xp + xq - xs = -qs$ . Fattorizzo l'incognita:  $ps - qs - x(p - q + s) = -qs$ . Aggiungo  $qs$  e sottraggo  $ps$  a entrambi i membri:  $-x(p - q + s) = -ps$ . Risolvo per l'incognita (eq. 1.14).

Il PdR di Anna e il PdR di Biagio possono identificare un punto di disaccordo esterno al vincolo ( $q+r > p$ ): allora la soluzione distributiva ( $x+y = p$ ) implica che Anna e Biagio rinuncino a parte delle proprie resistenze, pur di concludere un accordo, come indica la fig. 1.5, con  $x < q$  (e  $y > s$ )<sup>36</sup>.

## 1.4. Simmetria informativa

L'ipotenusa della ZOPA (fig. 1.3) ospita altre soluzioni potenziali, oltre a quella calcolata con l'eq. 1.14: una soluzione alternativa dipende dalla consapevolezza potenziale del PdR avversario<sup>37</sup>.

Anna pretende da Biagio un risarcimento ( $p = 1000$ ) e conosce il proprio PdR ( $q = 300$ ). D'altra parte, anche Biagio conosce il proprio PdR ( $r = 550$ ), in base a cui definisce il proprio ultimatum ( $s = 450$ ). Il mediatore in possesso dei dati saprebbe che Anna potrebbe incassare 450 ( $s$ ), perciò rifiuterebbe accordi di valore inferiore a  $s$ ; e saprebbe che Biagio potrebbe limitarsi a pagare  $q$ , perciò rifiuterebbe accordi di valore superiore a  $q$ .

La simmetria informativa inverte i parametri di riferimento nell'eq. 1.12 ( $\frac{y-r}{p-r} = \frac{x-q}{p-q}$ ), che diventa  $\frac{y-(p-q)}{p-(p-q)} = \frac{x-s}{p-s}$ : al membro sinistro Biagio aspirerebbe a trattenere per sé  $p-q$  (anziché  $r$ ), potendo limitarsi a pagare il PdR di Anna ( $q$ ); e al membro destro Anna potrebbe sostituire il proprio PdR ( $q$ ) con l'offerta migliore di Biagio ( $s$ )<sup>38</sup>. Perciò, il sistema di calcolo (eq. 1.13) diventa:

$$[ 1.15 ] \quad p-x = \frac{(x-s)q}{p-s} + p-q$$

36 Anna e Biagio dovrebbero rifiutare questa soluzione, se avessero calcolato le proprie MAAN in modo affidabile, perché l'accordo (sul vincolo) conferirebbe loro un risultato peggiore delle rispettive MAAN:  $x+y < q+r$ .

37 Raiffa (1982: 54-65).

38 Risolta per  $y$ , l'eq. diventa:  $y = \frac{(x-s)q}{p-s} + p - q$ .

Così, Anna si aspetta di incassare  $352,94 = \frac{1000 \times 300}{1000 + 300 - 450}$ <sup>39</sup> (e, d'altra parte, Biagio tratterrebbe  $647,06 = p-x$ ) perché<sup>40</sup>:

$$[ 1.16 ] \quad x = \frac{pq}{p+q-s}$$

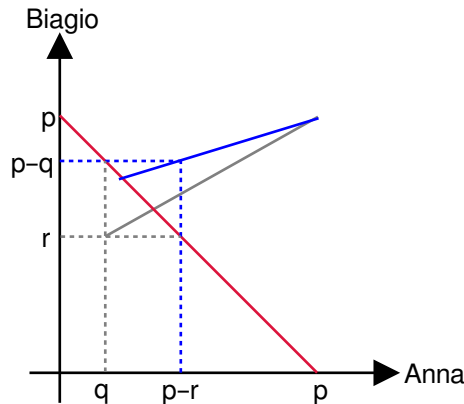


Figura 1.6: Soluzione con simmetria informativa.

La fig. 1.6 illustra che la simmetria informativa indurrebbe Anna a sostituire  $q$  con  $p-r$  (cioè  $s$ ) e indurrebbe Biagio a sostituire  $r$  con  $p-q$ : il punto di disaccordo nuovo  $(p-r, p-q)$  riflette quello vecchio  $(q, r)$  rispetto al vincolo  $(p = x+y)$ . La soluzione arricchisce l'insieme delle opzioni e, soprattutto, consente alle parti intrappolate in un vicolo cieco (fig. 1.5) di ipotizzare una soluzione conciliativa: la simmetria informativa “ribalta” o “rispecchia” il punto di disaccordo esterno al vincolo, riconducendolo all'interno della frontiera delle risorse disponibili e, così, crea le condizioni per una trattativa. Inoltre, il rispecchiamento individua anche una terza soluzione  $(375 = 300 + \frac{450-300}{2})$  all'intersezione tra il vincolo e la diagonale che congiunge i due punti di disaccordo (fig. 1.7):

39 Il coefficiente dell'eq. 1.10 è  $\pi = \frac{q}{p+q-s}$  (nell'es.  $\pi = 0,3529$ ).

40 Esplicito il prodotto  $(x-s)q$  al membro destro dell'eq. 1.15 e sottraggo  $p$  a entrambi i membri:  $-x = \frac{xq-sq}{p-s} - q$ . Moltiplico entrambi i membri per il denominatore  $(p-s)$ :  $-x(p-s) = xq-sq-q(p-s)$ . Esplicito i prodotti e raccolgo l'incognita al membro sinistro:  $-xp+xs-xq = -sq-qp+sq$ . Fattorizzo la  $x$  al membro sinistro e risolvo la differenza al membro destro:  $-x(p+q-s) = -qp$ . Divido entrambi i membri per  $(p+q-s)$  e risolvo per l'incognita (eq. 1.16).

[ 1.17 ] 
$$x = q + \frac{s-q}{2}$$

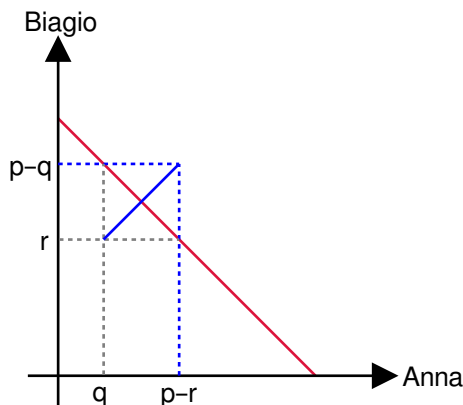


Figura 1.7: Soluzione del punto medio.

La soluzione fornita dall'eq. 1.17 (fig. 1.7 con  $x$  a metà tra  $q$  e  $p-r$ ) recupera "l'illusione della mediazione" (fig. 1.2), ma la sistematizza nel rapporto tra i PdR delle parti, anziché dividere equamente le risorse ( $x = p/2$ )<sup>41</sup>.

## 1.5. Razionalità realistica

I modelli risolutivi argomentati nei capitoli precedenti mi hanno indotto a sviluppare un modello originale, che presento in questo capitolo. Le soluzioni 1.14 e 1.16 identificano la funzione  $\psi$  (eq. 1.7) come un coefficiente ( $\pi$ ) che, *a valle*, esprime il grado di negoziabilità della controversia e che rappresenta la razionalità – la *ratio* – dei parametri economici del negoziato: se inverto i termini della teoria, posso derivare una funzione  $\psi$  proprio dai coefficienti che, *a monte*, misurano la negoziabilità o la "razionalità" della controversia.

41 Raiffa (1982: 48-49, 58) suggeriva soluzioni intorno al punto medio tra i PdR delle parti ( $x = q+r/2$ ), ma il suo ragionamento mi sembra una conseguenza del fenomeno di "illusione della mediazione".

Anna pretende da Biagio un risarcimento ( $p = 1000$ ) e conosce il proprio PdR ( $q = 300$ ). D'altra parte, anche Biagio conosce il proprio PdR ( $r = 550$ ), perciò Biagio potrebbe offrire ad Anna un ultimatum ( $s = 450$  perché  $s = p - r$ ). Il mediatore in possesso dei dati individuerebbe l'ampiezza della ZOPA ( $z = 212,13$ ) come la lunghezza dell'ipotenusa del triangolo piccolo nella fig. 1.7<sup>42</sup>:

$$[ 1.18 ] \quad z^2 = |s - q|^2 + |p - q - r|^2$$

$$z = \sqrt{|s - q|^2 + |p - q - r|^2}$$

L'ampiezza della ZOPA ( $z$ ) esprime il *coefficiente negoziale* ( $\zeta = 0,2121$ ):

$$[ 1.19 ] \quad \zeta = \frac{z}{p}$$

Il coefficiente negoziale ( $\zeta$ ) significa che ciascuna parte – per la propria quota ( $\zeta/2$  perché i cateti del triangolo sono identici)<sup>43</sup> – ha interesse a trattare sul prezzo ( $p$ ) rispetto al proprio PdR ( $q$  e  $r$ ): Anna può aspirare a un miglioramento ( $a = 31,82$ ) dell'incasso minimo e Biagio può aspirare a una riduzione ( $b = 58,34$ ) del proprio ultimatum:

$$[ 1.20 ] \quad a = \frac{\zeta q}{2}$$

$$a = \frac{zq}{2p}$$

$$[ 1.21 ] \quad b = \frac{\zeta r}{2}$$

42 L'eq. 1.18 applica il teorema di Pitagora ( $c^2 = a^2 + b^2$ ), calcolando la lunghezza dei cateti del triangolo come un *modulo*: un punto di disaccordo esterno al vincolo restituirebbe valori negativi, ma il modello considera la lunghezza dei cateti (e dell'ipotenusa) come un valore comunque positivo (il negativo significa solo un disaccordo esterno al vincolo), perciò si calcola il *modulo* o *valore assoluto*, scritto  $|n|$ , che è un numero ( $n$ ) considerato senza il segno (+ o -).

43 L'ipotenusa è la diagonale del quadrato, perciò:  $z = \sqrt{2|s - q|^2}$ .

$$b = \frac{zr}{2p}$$

La soluzione negoziale individua una coppia di coordinate  $(x, y)$ , che rappresentano rispettivamente il pagamento in favore di Anna ( $x = 331,82$ ) e il pagamento offerto da Biagio ( $s^* = 391,66$ , perciò  $y = 608,34$ )<sup>44</sup>:

$$[ 1.22 ] \quad x = q+a: q+r < p$$

$$x = |q-a|: q+r > p$$

$$[ 1.23.1 ] \quad s^* = |s-b|: q+r < p$$

$$s^* = s+b: q+r > p$$

$$[ 1.23.2 ] \quad y = p-s^*$$

Le funzioni 1.22 e 1.23.1<sup>45</sup> si invertono, a seconda che il vincolo includa il punto di disaccordo ( $q+r < p$ , fig. 1.3) o che il punto di disaccordo ecceda il vincolo ( $q+r > p$ , fig. 1.5), per quanto già ho illustrato al cap. 1.3.

La coppia di soluzioni  $(x, y)$  non individua un importo univoco e non giace sul vincolo ( $x+y \neq p$ ), ma riduce la distanza tra le posizioni iniziali delle parti: rappresenta un negoziato realistico (di persone che riducono le distanze) anche perché la soluzione transattiva reale sconta sempre qualche costo inefficiente. Comunque, l'eq. 1.22 integra un insieme di soluzioni alternative, che il mediatore potrà ridurre a una soluzione univoca (cap. 1.7).

Inoltre, questo modello riesce a rappresentare la psicologia di chi sottopone le proprie concessioni ai parametri di riferimento numerici acquisiti all'inizio del negoziato<sup>46</sup>: le soluzioni di una trattativa con PdR estremi (p.es.,  $q = 10$  e  $r = 10$ , perciò  $s = 990$ ) gravitano attorno ai riferimenti stessi ( $x = 16,93$  e  $y = 983,07$ ).

44 L'asterisco che uso in questo capitolo ( $s^*$ ) e nel cap. 1.7 ( $x^*$  e  $y^*$ ) significa l'ottimizzazione di una variabile. Invece, l'asterisco che uso nel cap. 2 ha un significato diverso.

45 La coordinata  $y$  rappresenta ciò che Biagio tratterrebbe dopo aver pagato l'ultimatum migliorativo ( $s+b$  o  $s-b$ ) ad Anna.

46 Al cap. 1.2 ho accennato all'ancoraggio di Tversky/Kahneman (1974).

## 1.6. Relatività speciale

I modelli matematici descritti nei capitoli precedenti interpretano il negoziato come un sistema lineare: forse, il limite del pensiero economico dominante sta proprio nell'abitudine di ridurre i problemi complessi in termini elementari e assoluti (un po' come faceva la fisica prima della rivoluzione einsteiniana). Perciò, qui fornisco un altro modello originale, con cui estendo la teoria della relatività ristretta all'analisi economica del negoziato – che, di fatto, è un problema di relatività prospettica sui dati economici del conflitto.

Einstein (1905) chiarì che il significato di ogni valore dipende dalla relazione tra un'entità e un'altra<sup>47</sup>. Traslando il concetto al caso della negoziazione: le valutazioni (economiche) delle parti significano il grado di conflittualità o di conciliabilità del rapporto negoziale, a seconda di quanto ciascun valore si discosti o si accosti all'altro.

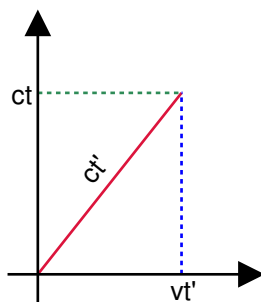
Inoltre, il principio di relatività speciale chiarisce che il significato della relazione tra entità diverse dipende da un parametro di riferimento universale, costante o *invariante* rispetto alle variazioni delle entità stesse<sup>48</sup>. Traslando il concetto al caso della negoziazione: la soluzione al conflitto tra le parti si qualifica come un parametro invariante rispetto alle differenze posizionali delle parti.

In sintesi: il principio di relatività ristretta consente di definire un valore qualsiasi, considerando il suo rapporto con un'altra grandezza e considerando il rapporto che intercorre tra le varie grandezze e un parametro invariante. Traslando il concetto al caso della negoziazione: le valutazioni (economiche) delle parti significano una conflittualità che, però, si può relazionare a un parametro di riferimento invariante, che concilia le differenze tra le parti.

47 P.es., se viaggia a bordo di un treno e occupo il mio posto, sto fermo rispetto al treno, ma mi muovo rispetto al paesaggio (e il paesaggio si muove rispetto a me e al treno). Anche i modelli psicologici moderni insistono sul significato delle relazioni tra le parti di un sistema (Tramonti/Fanali 2013).

48 La luce viaggia sempre alla stessa velocità ( $c = 299.792.458 \text{ m/s}$  nel vuoto), invariante rispetto al moto (che è relativo). Invece, se nel vagone di un treno in movimento lanciassi una palla in direzione del movimento del treno, la palla viaggerebbe alla velocità di lancio ( $v_p$ ) “rispetto al treno”, ma viaggerebbe più veloce del treno ( $v_p + v_T$ ) “rispetto al paesaggio”.





**Figura 1.8:** Relatività ristretta einsteiniana.

Nella fig. 1.8 un raggio luminoso viaggia a velocità costante e invariante ( $c = 299.792.458 \text{ m/s}$ ), coprendo una distanza rettilinea verticale pari a  $ct$  (cioè la velocità  $c$  moltiplicata per il tempo necessario a coprire il tragitto verticale)<sup>49</sup>. Un osservatore *non solidale* con il raggio luminoso (cioè un osservatore che si sposta orizzontalmente a velocità  $v$  rispetto al raggio luminoso) vedrebbe che il raggio luminoso percorre un tragitto inclinato, anziché verticale<sup>50</sup>: l'osservatore, spostandosi, percorre la distanza  $vt'$  (per la stessa ragione che definisce la distanza  $ct$ )<sup>51</sup>; perciò, l'osservatore misura il tragitto percorso dal raggio luminoso come  $ct' \neq ct$ . La differenza percettiva dipende da  $t' \neq t$  perché  $c$  è una costante universale (identica in ogni sistema di riferimento): la relatività dello spazio dipende dalla relatività del tempo.

Per il teorema di Pitagora,  $c^2t'^2 = c^2t^2 + v^2t'^2$ , cosicché<sup>52</sup>:

$$[ 1.24.1 ] \quad t' = \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

49 P.es.,  $300.000\text{m} = c \cdot 0,001000692 = 299.792.458\text{m} \times 0,001000692\text{s}$ .

50 L'impercettibilità della velocità della luce – la sua incommensurabilità con l'esperienza umana – “appiattisce” l'inclinazione della diagonale nella fig. 1.8, che dovrei rappresentare quasi parallela all'asse delle ascisse, ma che rappresento molto inclinata solo per chiarezza espositiva.

51 Minkowski (1909) ha definito lo spazio rispetto al tempo ( $ct$ ), unificando il concetto di *spaziotempo*.

52 Raccoglio  $t'$  al membro sinistro:  $c^2t'^2 - v^2t'^2 = c^2t^2$ . Divido tutto per la costante:  $t'^2 - (v^2t'^2)/c^2 = t^2$ . Fattorizzo il termine comune:  $t'^2(1 - v^2/c^2) = t^2$ . Divido tutto per il termine tra parentesi:  $t'^2 = t^2/(1 - v^2/c^2)$ .

Perciò, per Minkowski (1909: 80) la relatività di  $t'$  rispetto a  $t$  dipende da un *fattore di trasformazione* ( $\gamma = t'/t$  perché nell'eq. 1.24.1  $t' = \gamma t$ ), detto anche *fattore di Lorentz* (1904), che definisce una grandezza relativistica:

$$[ 1.24.2 ] \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

La velocità di spostamento ( $v$ ) differenzia i due *sistemi inerziali* (il raggio di luce, da una parte, e l'osservatore, da un'altra parte), entrambi riferiti alla velocità della luce ( $c$ ), che è il parametro di riferimento invariante universale. Traslando il modello relativistico al caso della negoziazione, una variabile ( $d$  anziché  $v$ ) differenzia o "distanza" le posizioni negoziali delle parti e un parametro invariante ( $x$  anziché  $c$ ) accomuna o "concilia" le differenze:

$$[ 1.24.3 ] \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{d^2}{x^2}}}$$

L'eq. 1.24.3 si può risolvere per il parametro invariante ( $x$ )<sup>53</sup>, che identifica l'importo transattivo in favore di Anna (basato sui dati  $d$  e  $\gamma$ ):

$$[ 1.25 ] \quad x = \sqrt{\frac{\gamma^2 d^2}{\gamma^2 - 1}}$$

Anna pretende da Biagio un risarcimento ( $p = 1000$ ) e conosce il proprio PdR ( $q = 300$ ). D'altra parte, anche Biagio conosce il proprio PdR ( $r = 550$ ). Il mediatore che conoscesse queste informazioni stimerebbe la differenza assoluta tra i PdR di Anna e di Biagio ( $d = 250$ ) e calcolerebbe il valore della distanza relativa ( $d$ ) rispetto a ciascun PdR ( $\alpha = 0,83$  e  $\beta = 0,45$ ):

53 Elevo tutto al quadrato:  $\gamma^2 = 1/(1-d^2/x^2)$ . Moltiplico tutto per il denominatore:  $(1-d^2/x^2)\gamma^2 = 1$ . Esplicito il prodotto:  $\gamma^2 - (\gamma^2 d^2)/x^2 = 1$ . Inverto i segni e sottraggo il termine esterno:  $(\gamma^2 d^2)/x^2 = \gamma^2 - 1$ . Moltiplico tutto per il divisore:  $\gamma^2 d^2 = (\gamma^2 - 1)x^2$ . Divido tutto per il fattore del membro destro:  $(\gamma^2 d^2)/(\gamma^2 - 1) = x^2$ . Risolvo per l'incognita: eq. 1.25.

$$[ 1.26 ] \quad d = |q-r|$$

$$[ 1.27.1 ] \quad \alpha = \frac{d}{q}$$

$$[ 1.27.2 ] \quad \beta = \frac{d}{r}$$

I due *fattori di distanziamento* ( $\alpha$  e  $\beta$ ) bastano a costruire un modello relativistico di negoziazione, indipendente dalla pretesa di Anna ( $p$ ) e dall'ultimatum di Biagio ( $s = p-r$ ), cosicché la descrizione dell'interazione tra Anna e Biagio dipenda solo dai loro PdR<sup>54</sup>, che determinano la disponibilità delle parti a concedere risorse negoziali.

L'interazione tra i due fattori di distanziamento ( $\alpha\beta = 0,38$ ) descrive parte dell'interazione negoziale tra Anna e Biagio. L'altra parte dell'interazione è data da un *coefficiente d'identità* ( $\varepsilon\eta = 1$ )<sup>55</sup>, che deriva dal valore relativo di ciascun PdR rispetto all'altro:

$$[ 1.28.1 ] \quad \varepsilon = \frac{r}{q}$$

$$[ 1.28.2 ] \quad \eta = \frac{q}{r}$$

L'interazione tra Anna e Biagio (la possibilità di trasformare la posizione di una parte nella posizione dell'altra parte) dipende dalle due forme d'interazione ( $\alpha\beta + \varepsilon\eta$ ); così, il fattore di trasformazione ( $\gamma = 1,38$ ) risulta come:

$$[ 1.29 ] \quad \gamma = \alpha\beta + \varepsilon\eta$$

$$\gamma = \alpha\beta + 1$$

54 Il cap. 1.1 ha mostrato che i PdR dipendono dalla pretesa ( $p$ ), ma una persona irrazionale potrebbe identificare il proprio PdR impulsivamente e potrebbe basare le proprie decisioni sul dato soggettivo: comunque il modello risulterebbe attendibile perché relativo all'impulsività.

55 Il coefficiente  $\varepsilon\eta$  è un'identità perché  $\varepsilon\eta = (r/q)(q/r)$ , cioè  ${}^q r / {}_r q = 1$ .

$$y = 1 + \frac{d}{q} \cdot \frac{d}{r}$$

$$y = 1 + \frac{d^2}{qr}$$

L'eq. 1.25, completata con i risultati dell'eq. 1.29 e dell'eq. 1.26, calcola la soluzione transattiva per Anna ( $x = 363,13$ )<sup>56</sup>, coniugata alla soluzione per Biagio ( $y = 636,87$  perché  $y = p-x$ ).

## 1.7. Selezione delle alternative

I capitoli precedenti hanno fornito 6 soluzioni al problema negoziale:  $x_1 = 391,30$  (cap. 1.3),  $x_2 = 352,94$  e  $x_3 = 375,00$  (cap. 1.4),  $x_4 = 331,82$  e  $x_5 = 391,66$  (cap. 1.5),  $x_6 = 363,13$  (cap. 1.6)<sup>57</sup>. Perciò, i modelli matematici individuano uno spazio risolutivo esteso:

$$[ 1.30.1 ] \quad X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$$

$$[ 1.30.2 ] \quad Y = \{p-x_1, p-x_2, p-x_3, p-x_4, p-x_5, p-x_6\}$$

$$Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6\}$$

Il vettore  $X$  elenca tutte le soluzioni ( $x$ ) disponibili per concludere un accordo negoziale dalla prospettiva di Anna, mentre il vettore  $Y$  elenca le stesse soluzioni dalla prospettiva di Biagio ( $y = p-x$ , eq. 1.8): la ZOPA si restringe al tratto di vincolo delimitato dalle due soluzioni estreme,  $\min(X, Y)$  e  $\max(X, Y)$ .

<sup>56</sup> Il risultato dell'eq. 1.25 (l'estrazione di radice quadrata) restituisce due valori speculari ( $\pm x$ ): l'incasso positivo di Anna ( $+x$ ) e il pagamento negativo di Biagio ( $-x$ ):  $\pm 363,13 = \pm \sqrt{\frac{1,9 \times 62.500}{-1+1,9}} = \pm \sqrt{\frac{118.816}{0,9}} = \pm \sqrt{131.863,06}$ .

<sup>57</sup> Ciascun modello processa gli stessi dati in modo diverso: perciò, le soluzioni differiscono tra loro. Ciononostante, le soluzioni risultano piuttosto omogenee, con una differenza massima del 16% circa rispetto al valore medio ( $0,1628 \approx \frac{59,84}{367,64}$  con  $59,84 = 391,66 - 331,82$ ), mentre altre soluzioni risultano strettamente omogenee ( $391,30 \approx 391,66$ ). La deviazione standard (cap. 1.8) è del 5,78%.

Ciascuna soluzione  $(x, y)$  si può rappresentare riscrivendo ciascun vettore come un elenco di coefficienti,  $\dot{X} = \{0,1774, 0,16, 0,17, 0,1504, 0,1776, 0,1646\}$  e  $\dot{Y} = \{0,1604, 0,1705, 0,1647, 0,1761, 0,1603, 0,1679\}$ <sup>58</sup>:

$$[ 1.31.1 ] \quad \dot{X} = \{\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{x}_3, \dot{x}_4, \dot{x}_5, \dot{x}_6\}$$

$$\dot{X} = \left\{ \frac{x_1}{\sum x}, \frac{x_2}{\sum x}, \frac{x_3}{\sum x}, \frac{x_4}{\sum x}, \frac{x_5}{\sum x}, \frac{x_6}{\sum x} \right\}$$

$$[ 1.31.2 ] \quad \dot{Y} = \{\dot{y}_1, \dot{y}_2, \dot{y}_3, \dot{y}_4, \dot{y}_5, \dot{y}_6\}$$

$$\dot{Y} = \left\{ \frac{y_1}{\sum y}, \frac{y_2}{\sum y}, \frac{y_3}{\sum y}, \frac{y_4}{\sum y}, \frac{y_5}{\sum y}, \frac{y_6}{\sum y} \right\}$$

Il *prodotto interno* dei vettori<sup>59</sup> restituisce l'ampiezza di probabilità complessiva del sistema transattivo ( $\omega = 0,1663$ ):

$$[ 1.32 ] \quad \langle \dot{X} | \dot{Y} \rangle = \langle \dot{Y} | \dot{X} \rangle$$

$$\langle \dot{X} | \dot{Y} \rangle = \dot{x}_1 \dot{y}_1 + \dot{x}_2 \dot{y}_2 + \dot{x}_3 \dot{y}_3 + \dot{x}_4 \dot{y}_4 + \dot{x}_5 \dot{y}_5 + \dot{x}_6 \dot{y}_6$$

$$\langle \dot{X} | \dot{Y} \rangle = \omega$$

Il fattore di ampiezza ( $\omega$ ) si applica allo spazio conciliativo di Anna ( $\Sigma x = 2.205,85$ ) e a quello di Biagio ( $\Sigma y = 3.794,15$ ) per estrarre la soluzione  $(x^* = 366,93)$ <sup>60</sup> coerente con il *valore atteso* da ciascuna parte:

$$[ 1.33.1 ] \quad x^* = \omega \Sigma x$$

58 La sommatoria dei coefficienti che compongono ciascun vettore restituisce l'intero:  $\Sigma \dot{x} = \Sigma \dot{y} = 1$ .

59 Nell'algebra delle matrici un *bra* è un vettore riga,  $\langle V |$ , e un *ket* è un vettore colonna,  $|V\rangle$ . La moltiplicazione dei vettori *non commuta*:  $\langle V | V \rangle \neq |V\rangle \langle V |$  perché l'ordine di calcolo influisce sul risultato. Il *prodotto interno*,  $\langle V | V \rangle = n$ , restituisce un numero, mentre il *prodotto esterno*,  $|V\rangle \langle V | = N$ , restituisce una matrice. Però, serve un ordine "interno" ai vettori  $X$  e  $Y$ : ogni  $y_i = p - x_i$ .

60 La soluzione ( $x^* = 366,93$ ) non è la media delle sei soluzioni elencate nel vettore  $X$  che, invece, sarebbe  $\frac{2.205,85}{6} = 367,64$ .

[ 1.33.2 ]  $y^* = \omega \Sigma y$

## 1.8. Armonizzazione statistica

La realtà può smentire il modello predittivo: Anna e Biagio possono concludere un accordo ( $v$ ) diverso di fatto da quello calcolato al cap. 1.7 ( $x^*$ ) perché i fattori soggettivi e le esperienze personali di ciascuno possono accecare la razionalità.

Un sistema *ICT* (come quello ipotizzato al cap. 1.0) può aggregare i dati di una serie di negoziati distributivi (cap. 1.1); può calcolare le soluzioni razionali di ciascun negoziato (cap.li 1.2-1.7 e 2.2); può registrare tutte le soluzioni pragmatiche individuate dalle parti indipendentemente dagli algoritmi ( $v \neq x^*$  o anche  $v \neq x_i$ ); può misurare la divergenza statistica tra le soluzioni razionali e le soluzioni pragmatiche (eq. 1.35); può armonizzare i modelli matematici rispetto all'esperienza reale, per ottimizzare le previsioni matematiche delle soluzioni transattive future (eq. 1.38).

La *divergenza statistica* ( $\xi$ )<sup>61</sup> tra l'efficienza del risultato registrato da un'osservazione empirica ( $v$ ) e l'efficienza del risultato previsto da un modello teorico ( $\omega$ ) si calcola con la funzione di Kullback/Leibler (1951):<sup>62</sup>

61 L'eq. 1.35 dipende da un *logaritmo*, una funzione che calcola l'esponente ( $c$ ) a cui elevare una base ( $a$ ) per ottenere il risultato scelto ( $b$ ):  $c = \log_a(b)$  significa  $b = a^c$ . Inoltre:  $c = d \log_a(b)$  significa  $c = \log_a(b^d)$ , quindi  $b^d = a^c$ .

62 La funzione di Kullback/Leibler (1951) deriva dalla funzione di Shannon (1948), che misura il grado di *entropia* o *incertezza* di un'informazione. P.es., un bit (un dato binario) veicola solo l'informazione  $x$  o solo l'informazione  $y$  ( $B = \{x, y\}$ ), perciò un bit singolo esprime un'informazione con probabilità  $1/2$  ( $x$  o  $y$ ); mentre un sistema di 3 bit,  $\{xxx, xxy, xyx, yxx, yxy, yxy, yyy\}$  con 8 configurazioni possibili, veicola un'informazione qualsiasi con probabilità  $1/8$ . La probabilità si esprime come  $\pi = (1/2)^n$ , a seconda di quanti ( $n$ ) bit compongano il messaggio (la base della potenza è 2 perché un bit veicola solo due dati:  $x, y$ ). Del resto,  $(1/2)^n = 2^{-n}$ , perciò posso scrivere  $\pi = 2^{-n}$  come  $n = -\log_2(\pi)$ , che misura l'entropia ( $n$ ) del sistema. Perciò, un sistema binario (composto di bit) privo d'incertezza calcola  $0 = -\log_2(\pi)$ , cioè  $\pi = 1$  perché  $0 = -\log_2(1)$  (infatti  $2^0 = 1$ ), che posso scrivere anche  $0 = -\log_2(\pi/\pi)$  o (per la proprietà fattoriale dei logaritmi)  $0 = -\log_2(\pi^1 \pi^{-1})$ , cioè  $0 = -[\log_2(\pi^1) + \log_2(\pi^{-1})]$  e  $0 = -[1 \log_2(\pi) - 1 \log_2(\pi)]$ , cioè  $0 = -1[\log_2(\pi) + \log_2(\pi)]$ , ma anche  $0 = -\pi[\log_2(\pi) + \log_2(\pi)]$  perché qualsiasi

$$[ 1.34 ] \quad v = \frac{v}{\sum x}$$

$$[ 1.35 ] \quad \xi = v \log_z \left( \frac{v}{\omega} \right)$$

Il coefficiente empirico dell'eq. 1.34 ( $v = 0,1958$ , calcolato proprio come  $\dot{x}$ , nell'eq. 1.31.1) risulta dal rapporto tra la soluzione pragmatica (p.es., Anna e Biagio concludono l'accordo  $v = 432$  in favore di Anna, anziché  $x^* = 366,93$ ) e lo spazio conciliativo di Anna ( $\sum x = 2.205,85$  dal cap. 1.7), che è la base di calcolo della soluzione ottimizzata ( $x^*$ )<sup>63</sup>. Il coefficiente empirico ( $v$ ) serve a calcolare la divergenza statistica ( $\xi \approx 0,006$ ), che risulta nulla o quasi ( $\xi \approx 0$ ) quando la realtà è conforme alla previsione algebrica o quando il modello approssima ragionevolmente la realtà ( $v \approx x^*$  e  $v \approx \omega$ )<sup>64</sup>: allora il modello predittivo è affidabile. Invece, quando la divergenza rileva uno scostamento significativo della realtà rispetto al modello ( $\xi \gg 0$ ), bisogna correggere il modello.

La base del logaritmo nell'eq. 1.35 è  $z$  (dall'eq. 1.18)<sup>65</sup> perché le parti svolgono la trattativa distributiva in quello spazio numerico: ogni soluzione conciliativa dipende dalla ZOPA, che fonda la trattativa e che si riflette in una scelta pragmatica ( $v$ ), eventualmente impulsiva, descritta dal modello matematico ( $\omega$ ).

L'aggregazione estensiva di *big data* – collezionati da una piattaforma *ICT* – consente di ottimizzare le previsioni dei modelli di calcolo: l'apprendimento integrato dall'*ICT* può valutare la divergenza tra  $\omega$  e  $v$ , correggendo il modello di calcolo e minimizzan-

fattore può sostituire 1, purché  $\xi = 0$ . L'equazione  $n = -\log_2(\pi) + \log_2(\rho)$  considera due messaggi diversi (uno con probabilità  $\pi$ , l'altro con probabilità  $\rho$ ): nell'eq. 1.35  $v$  e  $\omega$  sostituiscono  $\pi$  e  $\rho$ , mentre il fattore  $v$  (che moltiplica il logaritmo) esprime la certezza dell'informazione singola come  $0 = v \log_2(v)$ .

63  $x^* = \omega \sum x$  (eq. 1.33.1). Nell'es. di Anna e Biagio  $\omega = 0,1663$  (cap. 1.7).

64  $\xi = 0$  significa  $v \log_z(v/\omega) = 0$  oppure  $\log_z(v/\omega)^v = 0$ , con  $z^0 = (v/\omega)^v$  ossia  $1 = (v/\omega)^v$  (perché ogni  $n^0 = 1$ ): perciò,  $1 = 1^v$  (perché 1 elevato a qualsiasi esponente,  $n$  come  $v$ , restituisce sempre 1) e  $v/\omega = 1$  solo se  $v = \omega$ . Alternativamente, per la proprietà frazionaria dei logaritmi:  $v \log_z(v/\omega) = 0$  significa  $\log_z(v^v) - \log_z(\omega^v) = 0$  (con  $v \neq 0$ ), perciò  $\log_z(v^v) = \log_z(\omega^v)$  solo se  $v = \omega$ , cioè se il modello predittivo ( $\omega$ ) rappresenta la realtà ( $v$ ).

65 Nell'es. di Anna e Biagio  $z = 212,13$ .

do la divergenza ( $\xi$ ) nel lungo periodo, per migliorare l'affidabilità del sistema.

L'aggregazione estensiva dei *big data* consente di organizzare i dati in forma vettoriale ( $D$ ):

$$[ 1.36 ] \quad D = \{c, p, \omega, v, \xi\}$$

Il vettore 1.36 elenca la categoria negoziale ( $c$ )<sup>66</sup>, la pretesa iniziale ( $p$ ), il modello predittivo ( $\omega$ ), l'accordo effettivo ( $v$ ) e la divergenza statistica ( $\xi$ ) di ogni negoziazione registrata dalla piattaforma *ICT* (ma posso includere nel vettore qualsiasi altra informazione).

$$[ 1.37 ] \quad C = \{D_1, D_2 \dots D_n\}$$

L'insieme dei vettori costituisce una matrice ( $C$ ) o un *database*, che posso classificare rispetto alle singole voci che compongono ciascun vettore: p.es., posso ordinare i dati rispetto alla  $c$  e posso verificare quali conflitti identifichino la  $\xi$  minore (cioè quali categorie di conflitto si conciliano conformemente al modello analitico); così,  $\xi \approx 0$  identificherebbe le categorie rappresentate fedelmente dal modello analitico, mentre il modello stesso andrebbe corretto per le altre categorie, che identificano  $\xi \gg 0$ . Posso verificare ricorsivamente l'efficienza dei modelli, verificando quale modello (tra quelli descritti ai cap.li 1.3-1.6 e 2.2) approssimi meglio la realtà (cioè quale  $x \approx v$ ).

Una piattaforma *ICT* che aggregasse i dati potrebbe valutare come correggere il fattore di calcolo ( $\omega$ ), per migliorare l'affidabilità del modello, cioè potrebbe correggere il fattore stesso ( $\omega$ ), aggiungendo o sottraendo lo scarto  $|v-\omega|$ . Infatti, la divergenza ( $\xi$ ) dipende dalla differenza tra i fattori  $v$  e  $\omega$ , perciò si avrebbe un fattore migliorativo ( $\omega^*$ ) nei casi seguenti<sup>67</sup>:

$$[ 1.38.1 ] \quad v > \omega: \omega^* = \omega + |v - \omega|$$

66 Posso includere nel vettore ( $D$ ) categorie ( $c$ ) arbitrarie, funzionali all'analisi statistica che voglio svolgere. P.es., posso diversificare negoziati distributivi/integrativi o mediazioni in materia di consumo/successioni/ecc., a seconda delle mie intenzioni analitiche.

67 Dovrei correggere  $\omega$  con un'addizione quando  $v > \omega$  (eq. 1.38.1) e, viceversa, dovrei correggere  $\omega$  con una sottrazione quando  $v < \omega$  (eq. 1.38.2).



$$[ 1.38.2 ] \quad v < \omega: \omega^* = \omega - |\omega - v|$$

La valutazione di affidabilità (eq. 1.35) implica stabilire la *soglia* o l'*intorno* di 0 entro cui considerare  $\xi \approx 0$ . Serve un criterio per stabilire se sia meglio parametrizzare l'affidabilità del modello a una certa soglia: posso scegliere un parametro di riferimento arbitrario, altrimenti posso affidarmi alla deviazione standard ( $\sigma$ ) rispetto a  $\xi$ , che indica la dispersione della popolazione campionata dall'*ICT* e che, di fatto, è proprio una soglia di tolleranza.

L'aggregazione dei dati sviluppa un vettore ( $X$ ), dato da tutte ( $n$ ) le divergenze statistiche ( $\xi$ ) raccolte nell'osservazione empirica dalla piattaforma *ICT*:

$$[ 1.39 ] \quad X = \{ \xi_1, \xi_2 \dots \xi_n \}$$

$$[ 1.40 ] \quad \mu = \frac{n}{\sum \frac{1}{\xi}}$$

$$[ 1.41 ] \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum (\xi - \mu)^2}{n}}$$

La deviazione standard ( $\sigma$ ) di una variabile ( $\xi$ ) riassume le differenze dei valori di ogni osservazione empirica rispetto al valore medio (armonico, anziché matematico)<sup>68</sup> delle osservazioni ( $\mu$ ). Ogni osservazione può discostarsi rispetto alla media: un'osservazione identica alla media ( $\xi = \mu$ ) restituisce uno scostamento nullo ( $s = \xi - \mu = 0$ ); ma un'osservazione inferiore alla media ( $\xi < \mu$ ) dà uno scostamento negativo ( $s < 0$ ); e un'osservazione maggiore della media ( $\xi > \mu$ ) dà uno scostamento positivo ( $s > 0$ ). La somma di tutti gli scostamenti ( $\sum s = \sum \xi - \mu$ ) non misura la variabilità dei campioni perché gli scostamenti negativi compensano gli scostamenti positivi: la deviazione standard ( $\sigma$ ) si calcola con la radice dei quadrati degli scostamenti ( $s^2$ ) perché un quadrato è un numero sempre positivo, che evita la compensazione tra i valori positivi e negativi ( $\pm s$ ) distribuiti nella serie. La *devianza* è la somma del quadrato di tutti gli scostamenti dalla media ( $\sigma^2 = \sum s^2$ ). La *va-*

<sup>68</sup> La *media armonica* calcola la media di grandezze relative, definite come il rapporto tra altre grandezze ( $\frac{p}{\omega}$  nell'eq. 1.35), mentre la *media aritmetica* calcola la media di grandezze assolute (p.es.,  $p$  o  $q$ ).

rianza è la media matematica della devianza  $(\sigma^2/n)^{69}$ . La *deviazione standard* è la radice quadrata della varianza (eq. 1.41).

Il modello predittivo ( $\omega$ ) risulta attendibile ( $\xi \approx 0$ ) quando<sup>70</sup>:

$$[ 1.42 ] \quad |\xi| \leq |\sigma|$$

Il modello predittivo ( $\omega$ ) richiede una correzione (secondo le eq.ni 1.38.1 e 1.38.2) quando  $|\xi| > |\sigma|$  (per cui  $\xi \gg 0$ ).

Le correzioni apportate al sistema nel corso del tempo tendono a ridurre la divergenza complessiva ( $\xi$ ) e, di conseguenza, tendono a ridurre anche la deviazione standard ( $\sigma$ ), cosicché la soglia di attendibilità si riduca costantemente, per rafforzare un modello predittivo sempre più affidabile.

---

69 La varianza di  $X$  si calcola con la media matematica (anziché armonica) perché lo scostamento ( $s = \xi - \mu$ ) è una differenza (assoluta), anziché una divisione (relativa).

70 Si confrontano i moduli (i valori assoluti) di  $\xi$  e  $\sigma$  perché entrambe possono assumere valori positivi o negativi.

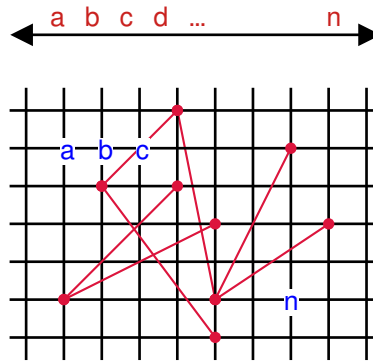
## 2. Complessità della relazione

### 2.0. Pensiero algebrico

Morin (1990) e Ceruti (2018) hanno ribadito che il concetto di *complessità* differisce dal concetto di *complicazione*, benché i due termini si confondano colloquialmente<sup>1</sup>. L'etimologia chiarisce le somiglianze e le differenze: *cum+plexus* (lat. “con”+“intreccio”) è un oggetto composto da più parti; mentre *cum+plicatus* (lat. “con”+“piegato”) è un oggetto ripiegato su sé stesso; donde la necessità di “spiegare” le complicazioni, per ordinarle (spianarle) lungo una superficie; e, d'altra parte, la necessità di *cum+nectere* (lat. “con”+“legare”) la complessità, collegando idee separate e diverse, relazionando concetti distanti tra loro, per restituire significati profondi tramite una rete di informazioni – magari una rete neurale, capace di sviluppare una conoscenza sistemica, cioè una conoscenza che risulta dalla composizione dei dati ( $n \times m$  e  $n/m$ ), anziché dalla loro giustapposizione ( $n+m$  e  $n-m$ ). L'ordinamento

<sup>1</sup> Sul piano analogico *complesso*  $\approx$  *complicato*, mentre sul piano digitale *complesso*  $\neq$  *complicato*. Invece, l'inconscio, che con-fonde naturalmente le polarità, definisce  $\{complesso \approx complicato\} \rightarrow \{complesso \neq complicato\}$ . Questa sintesi simbolica rende le capacità polisemiche dell'inconscio e significa il motivo che ha spinto Matte Blanco (1975) a interpretare la psicanalisi in termini di insiemi logici (cap. 2.3).

dei dati identifica un vettore lineare (fig. 2.1 in alto), che aiuta a comprendere la complicazione, mentre la rete di informazioni compone una matrice (fig. 2.1 in basso), che rende la complessità delle interconnessioni tra i dati.



**Figura 2.1:** *Es. di pensiero lineare e di matrice simbolica.*

I conflitti e le loro soluzioni pretendono analisi complesse (reticolari) perché contemplano informazioni pertinenti a campi molto diversi o distanti tra loro sul piano razionale, ma convergenti sul piano inconscio: le emozioni, i soldi, il diritto, gli affetti, le necessità primarie, ecc., tutti partecipano a qualificare la relazione interpersonale tra soggetti (con interessi) contrapposti<sup>2</sup>. Già Jung (1933) definiva un *complesso* come un insieme di pensieri, sentimenti, emozioni e ricordi diversi, ma legati a un concetto specifico che, per la sua forza o persistenza, influisce inconsciamente sui comportamenti e sulle decisioni di una persona: decisioni che le persone prendono anche concludendo un accordo o infrangendolo.

La negoziazione di un accordo – ancora più significativamente per la mediazione di un conflitto – richiede la capacità di esplicitare le relazioni tra idee e necessità distinte (di persone diverse), usando un linguaggio appropriato (a ciascun soggetto), che restituisca i significati latenti della comunicazione agita dal sistema relazionale a cui partecipano i litiganti e il mediatore: il linguaggio (verbale e non verbale) e la decodifica dei messaggi (influenzata dalle aspettative di chi ascolta)<sup>3</sup> esprimono e, al tempo stesso, na-

<sup>2</sup> Coogler (1978), Fisher/Ury (1981), Dalfonzo (2002), Bush/Folger (2004), Fisher/Shapiro (2005) e Stone/Patton/Heen (2010).

<sup>3</sup> Tramonti/Fanali (2013).

scondono le intenzioni dei parlanti, che il mediatore intercetta ed esplicita, chiarendo le “funzioni” del sistema relazionale.

La matematica è un linguaggio privilegiato per rendere la complessità dei sistemi proprio perché abbonda di riferimenti ai termini chiave dell’analisi sistemica: sin dalle *relazioni* aritmetiche ( $z = x/y$ ), essenziali nell’analisi e nel calcolo infinitesimale; ai *sistemi* di equazioni ( $\{x = y; z = y\} \rightarrow \{x = z\}$  come per l’eq. 1.13); al campo dei numeri *complessi* (cap. 2.1), con la loro “doppiezza”; fino alla capacità generale di sintetizzare *simbolicamente* le informazioni per semplificare<sup>4</sup> la comprensione dei concetti.

Il linguaggio matematico è un sistema simbolico intriso di significati che operano a livello inconscio<sup>5</sup>: una decisione opportunistica implica una funzione matematica e, d’altra parte, il calcolo opportunistico implica almeno una motivazione latente – inconscia e complessa, appunto. Il colloquio gestito dal mediatore serve proprio a intercettare e a palesare le istanze profonde dei clienti, legate inconsciamente ai vissuti emotivi che le persone agiscono nella lite: il *setting* della mediazione rientra a pieno titolo nelle forme di “colloquio psicologico” descritte da Giovannini (1998), nella misura in cui il mediatore elicitava e “analizza domande”<sup>6</sup> portatrici di bisogni intrinseci o estrinseci<sup>7</sup>.

Guidano (1988) ha chiarito quanto ogni contributo emotivo – onnipresente nel vissuto di ciascun individuo e in ogni relazione interpersonale – rechi con sé aspettative latenti, che chiedono di essere riconosciute anche tramite una conflittualità che un osservatore esterno potrebbe considerare irragionevole, ma che un modello analitico – e matematico, per questo mio contributo – può interpretare e dotare di senso, purché si comprenda il significato simbolico degli insiemi numerici e delle loro funzioni.

4 *Sine+plicare* (lat. “senza”+”piegare”).

5 Rossi (2021).

6 Carli/Paniccia (2003).

7 Kahn/Cannel (1957) hanno distinto la differenza ontologica tra chi attiva un rapporto di consulenza professionale sull’impulso di un’aspettativa personale (intrinseca) o su mandato di terzi (motivazione estrinseca), come può capitare nelle mediazioni attivate ai sensi del DLgs 28/2010 (art. 5): un cliente può avere aspettative intrinseche, orientate alla risoluzione pragmatica del problema giuridico che lega le parti in lite, oppure può avere l’aspettativa di assolvere alla condizione di procedibilità che consente di procedere con l’azione giudiziale o, ancora, può dover soddisfare l’aspettativa del giudice che ha disposto il tentativo di mediazione.

## 2.1. Numeri complessi

La matematica classifica i numeri rispetto alle loro caratteristiche<sup>8</sup>: l'insieme dei numeri *naturali* ( $\mathbb{N}$ ) è la serie infinita dei numeri positivi (1, 2, 3...  $\infty$ ); l'insieme degli *interi* ( $\mathbb{Z}$ )<sup>9</sup> comprende ed estende la serie dei numeri naturali, “riflettendoli” nella dimensione negativa ( $-\infty \dots -2, -1, 0, 1, 2 \dots \infty$ )<sup>10</sup>; l'insieme dei numeri *razionali* ( $\mathbb{Q}$ )<sup>11</sup> comprende l'insieme  $\mathbb{Z}$  e lo estende con una serie infinita di frazioni intercalate ad ogni coppia di interi (p.es.,  $1 \dots \frac{5}{4} \dots \frac{4}{3} \dots \frac{3}{2} \dots 2$ ); l'insieme dei numeri *reali* ( $\mathbb{R}$ ) comprende la serie  $\mathbb{Q}$  e la estende con una serie di entità fisiche, riscontrabili come stati di cose<sup>12</sup> (p.es.,  $\pi = 3,14 \dots$  risulta sempre dal rapporto tra ogni circonferenza col suo diametro,  $\pi = c/d$ , anziché come il rapporto tra due numeri specifici); l'insieme dei numeri *irrazionali* ( $\mathbb{R}-\mathbb{Q}$ ) identifica tutti i numeri reali che non si possono esprimere come frazioni (p.es., la radice quadrata di 2)<sup>13</sup>; infine, l'insieme dei numeri *complessi* ( $\mathbb{C}$ ) comprende tutti gli altri insiemi e li estende con una serie infinita di numeri che possiamo solo “immaginare” e che non possiamo misurare nella realtà<sup>14</sup>.

8 Rossi (2021).

9 La lettera  $\mathbb{Z}$  significa il sostantivo tedesco *Zahlen*, “numeri”.

10 P.es.,  $3+2 = 5$  significa anche  $2 = 5-3$ : l'elemento “innovativo” della seconda espressione ( $-3$ ) identifica un insieme di numeri negativi;  $-3$  significa “prendere” o “rimuovere” una quantità (3) da un'altra quantità (5), così  $-3$  significa un debito (da restituire) o una passività in termini contabili. Inoltre,  $\mathbb{Z}$  introduce l'entità ambivalente, né positiva né negativa:  $3-3 = 0$ .

11 La lettera  $\mathbb{Q}$  significa il sostantivo *quotus* (lat. “quanto”), la “quota” che risulta dalla *ratio*, la “proporzione”, il “rapporto”, la “frazione” ( $\frac{x}{y}$ ) che identifica la “razionalità”, la capacità di mettere in relazione cose diverse: ciò che caratterizza l'intelligenza come la capacità di *intelligere* o di *legere intus* (lat. “leggere dentro”) la struttura della realtà (con proporzioni come, p.es., spazio/tempo oppure le derivate delle funzioni,  $x' = dx/dy$ ).

12 Il sostantivo lat. *res* significa “cosa”, “oggetto”.

13 Se  $\sqrt{2} = \frac{x}{y}$  (un numero razionale), allora  $(\sqrt{2})^2 = (\frac{x}{y})^2$ , cioè  $2 = \frac{xx}{yy}$ , che significa  $\frac{2}{1} = \frac{xx}{yy}$ , quindi  $y^2 = 1$  e  $y = 1$  perché solo  $1^2 = 1$ : però  $y > 1$ , altrimenti  $\frac{x}{y} = \frac{x}{1} = x$  (un numero intero, anziché razionale), così  $\frac{2}{1} = \frac{2n}{1n}$ , ma nessun fattore comune ( $n$ ) riduce  $\frac{2n}{1n} = \frac{2}{1}$  (invece, p.es.,  $\sqrt{9} = \frac{x}{y}$  si può esprimere come  $9 = \frac{xx}{yy} = \frac{3 \times 3}{1 \times 1} = \frac{6 \times 6}{2 \times 2} = \frac{36}{4}$ ). Perciò,  $\sqrt{2}$  non si può esprimere come una frazione:  $\sqrt{2}$  è irrazionale.

14 La meccanica quantistica usa i numeri complessi per descrivere stati della materia identificati nelle equazioni, ma che i fisici devono ancora riconoscere nell'esperienza reale: la matematica dimostra che la realtà sensibile deriva *anche* da qualcosa di inafferrabile, che ancora dobbiamo riuscire a spiegare e a comprendere (Rossi 2019-2020).

I matematici rinascimentali Cardano (1545) e Bombelli (1572) introdussero l'idea dei numeri *immaginari* per risolvere le equazioni che implicavano la radice quadrata di numeri negativi o (in altre parole) che restituivano numeri negativi dal quadrato di altri numeri ( $i^2 = -n$ )<sup>15</sup>; perciò introdussero l'unità immaginaria ( $i$ ) come una nuova entità matematica necessaria<sup>16</sup>:

$$[ 2.1 ] \quad i = \sqrt{-1}$$

Un numero complesso ( $c$ ) è un numero composto da una parte reale ( $a$ ) e da una parte immaginaria ( $bi$ )<sup>17</sup>:

$$[ 2.2 ] \quad c = a+bi$$

Quando la parte immaginaria vale zero si ha un numero reale puro ( $a = a+0i$ )<sup>18</sup>. Quando la parte reale vale zero si ha un numero immaginario puro ( $bi = 0+bi$ )<sup>19</sup>.

I numeri complessi possono rappresentare la complessità della psiche umana<sup>20</sup>, perciò possono rappresentare anche la complessità del conflitto: ogni parte coinvolta in una lite riferisce al mediatore elementi *oggettivi* o reali (i dati economici, i documenti giuridici, ecc.) insieme ad elementi *soggettivi* o immaginari (le emozioni, le aspettative, ecc.); e la quota soggettiva (o affettiva) dell'espe-

15 Il quadrato di un numero ( $n^2 = n \times n$ ) è sempre positivo perché, per definizione,  $(+n) \times (+n) = +m$  e  $(-n) \times (-n) = +m$ . Perciò, la radice quadrata di un quadrato dovrebbe coincidere con la radice quadrata di un numero positivo ( $\sqrt{n^2} = \sqrt{m}$ ). Invece, Cardano (1545) risolse l'eq.  $x^3 - 15x = 4$  con la soluzione  $x = \sqrt[3]{2 + \sqrt{-121}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{-121}}$ , che implica la radice quadrata di un numero negativo ( $\sqrt{-121}$ ).

16 L'elevazione a potenza ( $p^2 = p \times p$ ) è un *processo* che trasforma il numero 1:  $n = (p \times p) \times 1$ . Così, l'unità immaginaria ( $i$ ) è un processo ( $p \times p$ ) che trasforma il numero 1 in un numero negativo:  $1 \times (p \times p) = -n$ . Perciò:  $i = \sqrt{-1}$  oppure  $i^2 = -1$ , cioè  $i \times i = -1$ .

17 La parte immaginaria ( $bi$  oppure  $b \times i$ ) risulta come la moltiplicazione tra un coefficiente reale ( $b$ ) e l'unità immaginaria ( $i = \sqrt{-1}$ ).

18 Perciò, l'insieme  $\mathbb{C}$  comprende l'insieme  $\mathbb{R}$ .

19 La differenza strutturale tra la componente reale ( $a$ ) e la componente immaginaria ( $bi$ ) implica l'impossibilità di calcolare l'addizione ( $a+bi$ ): devo accontentarmi di pensare  $c$  come la "coabitazione" di due diversità; il segno "+" indica solo un legame tra due enti.

20 Mindell (2000) ha descritto la quota consensuale (o la realtà sensibile) e la quota non consensuale (o il sogno) dell'esperienza tramite i numeri complessi: devo a lui l'intuizione di riformulare la mediazione in termini di  $\mathbb{C}$ .

rienza di ciascun individuo può indirizzare le sue scelte, modificando la sua realtà (economica o patrimoniale) e la sua vita quotidiana<sup>21</sup>. I numeri complessi ( $c$ ) ci ricordano che ogni persona coinvolta in una lite fa riferimento ad aspetti reali ( $a$ ) e ad aspetti immaginari ( $bi$ ) della realtà:  $c = a+bi$ .

I numeri complessi dimostrano perché e come la mediazione di un soggetto terzo aiuta le parti a superare il conflitto: per capirlo, recupero un'altra caratteristica dell'insieme  $\mathbb{C}$ .

Ogni numero complesso ( $c$ ) implica il proprio *coniugato* ( $c^*$ )<sup>22</sup>:

$$[ 2.3 ] \quad c^* = a-bi$$

La definizione  $i^2 = -1$  implica l'equivalenza tra la serie positiva e la serie negativa della componente immaginaria<sup>23</sup>. Il coniugato del numero complesso “restituisce” o “riflette” la componente immaginaria: i numeri negativi significano l'assenza di qualcosa o “la presenza di un assenza” o (in altri termini) un “debito” da restituire (nella serie positiva). Il coniugato riflette il numero complesso come farebbe uno specchio: così, il cap. 1.4 ha mostrato che due soluzioni algebriche della trattativa reale dipendono da un parametro “speculare” al punto di disaccordo negoziale.

Rilevo l'effetto della coniugazione in una trattativa quando il mediatore riflette o *restituisce*<sup>24</sup> ai clienti le loro informazioni oggettive e soggettive. Ogni conflitto esprime una complessità di fat-

21 Una persona potrebbe arrivare addirittura a danneggiare sé stessa, se fosse disposta a punire l'avversario “ad ogni costo”.

22 In questo capitolo e nel cap. 2.2 l'asterisco significa il coniugato di un numero complesso, a differenza di quanto indicato nei cap.li 1.5 e 1.7.

23 L'identità  $i \times i = -1$  significa  $\sqrt{-1} \times \sqrt{-1} = -1$  (la moltiplicazione o il quadrato di due radici quadrate annulla le radici): l'espressione risultante,  $(-i) \times (-i) = -1$ , significa  $(-\sqrt{-1}) \times (-\sqrt{-1}) = -1$  (la moltiplicazione di due entità negative equivale a due positivi, riconducendo la moltiplicazione a  $\sqrt{-1} \times \sqrt{-1}$ ). In fisica i numeri complessi descrivono la *fase* delle onde, che inverte periodicamente i valori positivi (i picchi dell'onda) in valori negativi (gli avvallamenti) e viceversa: l'unità  $i$  e il suo coniugato  $(-i)$  significano che un numero complesso ( $c$ ) rappresenta la ciclicità di una funzione.

24 La “restituzione del testo” si chiama *parafrasi* (quando il mediatore ripete le parole chiave pronunciate dai clienti). La “restituzione del contesto” si chiama *riformulazione* (quando il mediatore esprime con le proprie parole i sentimenti e le aspettative non dette, ma intese, dai clienti) (Rossi 2013/2022<sup>6</sup>). “L'uso della riformulazione è fondamentale, perché permette [...] di riprendere gli elementi del discorso per verificarli e metterli in ordine” (Pombeni 1998: 245).



tualità ed emotività, che il mediatore restituisce continuamente cosicché le parti vedano, sentano e comprendano ciò che fanno, ma di cui sono inconsapevoli<sup>25</sup>. Così, la mediazione configura un processo in cui la restituzione del mediatore interviene nell'azione disfunzionale (inconsapevole) delle parti, per trasformarla in un'interazione funzionale (consapevole).

Nella matematica dei numeri complessi l'interazione è una moltiplicazione tra oggetti speculari, perciò il quadrato di un numero complesso si definisce come la moltiplicazione del numero complesso col suo coniugato o, più precisamente, il *modulo* del suo quadrato<sup>26</sup>:

$$[ 2.4 ] \quad |c|^2 = c \times c^*$$

$$|c|^2 = (a+bi)(a-bi)$$

$$|c|^2 = a^2 - abi + abi - b^2i^2$$

$$|c|^2 = a^2 - b^2i^2$$

$$|c|^2 = a^2 - b^2(-1)$$

$$[ 2.5 ] \quad |c|^2 = a^2 + b^2$$

L'espressione  $|c|^2 = a^2 + b^2$  significa che il quadrato del numero complesso abolisce l'unità immaginaria ( $i$ ) del numero complesso ( $c = a+bi$ ): ciò significa che l'intervento del mediatore restituisce,

---

25 Molte palestre sono allestite con specchiere, che consentono agli atleti di verificare la correttezza dei propri movimenti ginnici: la rappresentazione mentale che ciascuno di noi ha del proprio corpo spesso non coincide con la realtà pragmatica agita dal corpo, perciò ci serve uno strumento (un mezzo) che espliciti le disfunzioni. Il mediatore svolge la funzione di uno specchio, che aiuta ciascun litigante a riconoscere i propri comportamenti disfunzionali inconsapevoli, ma anche le proprie somiglianze con l'avversario. "Nei diversi momenti del percorso il professionista funziona da specchio, aiuta a vedere le cose da un punto di vista diverso, riformula in positivo gli elementi di criticità, aiuta a discriminare, a tessere legami, a far risaltare eventi importanti, a far emergere nuove piste di riflessione" (Pombeni 1998: 246).

26 Il modulo  $|n|$  è il numero  $n$  considerato senza il segno (+ o -): l'unità  $i$  abolisce la differenza tra i segni (+ e -); perciò, il quadrato di un numero complesso si calcola come un modulo.

coniuga, riflette la complessità del conflitto, per renderla oggettiva e comprensibile, accessibile, intellegibile, reale, cosicché le parti in lite possano acquisirla razionalmente e superarla.

Un risultato identico si ottiene tanto invertendo la componente reale con quella immaginaria,  $(b+ai)(b-ai) = b^2+a^2$ , quanto invertendo i segni delle componenti,  $(-b-ai)(-b+ai) = b^2+a^2$ , cioè trattando una complessità *opposta* a quella originaria  $(a+bi)$ . Così, i numeri complessi illustrano come la mediazione – tramite l'opera di restituzione e di riflessione del mediatore – identifica le somiglianze nascoste tra le differenze<sup>27</sup>: la metafora dei numeri complessi ricorda al mediatore il compito di restituire i dati oggettivi e soggettivi proprio con l'intento di rivelare le somiglianze (soprattutto emotive o immaginarie) che accomunano le parti in quanto persone regolate da dinamiche affettive comuni a tutti gli individui; dinamiche relazionali capaci di far identificare ciascuna parte col proprio avversario.

## 2.2. Soluzioni complesse

Considerata la struttura dei numeri complessi (cap. 2.1), posso rappresentare due persone coinvolte in una trattativa come due complessità distinte, p.es., Anna ( $a$ ) e Biagio ( $b$ ):

$$[ 2.6.1 ] \quad a = \alpha + \epsilon i$$

$$[ 2.6.2 ] \quad b = \beta + \eta i$$

Anna pretende da Biagio un risarcimento ( $p = 1000$ ) e conosce il proprio PdR ( $q = 300$ ). D'altra parte, anche Biagio conosce il proprio PdR ( $r = 550$ ); perciò, offrirebbe ad Anna il proprio ultimatum ( $s = 450$  perché  $s = p-r$ ). Il mediatore che conoscesse questi dati calcolerebbe il coefficiente di riserva di Anna ( $\alpha = 0,30$ ) e il coefficiente di ultimatum di Biagio ( $\beta = 0,45$ ):

---

<sup>27</sup> Rossi (2013/2022<sup>6</sup>).

$$[ 2.7.1 ] \quad \alpha = \frac{q}{p}$$

$$[ 2.7.2 ] \quad \beta = \frac{s}{p}$$

I coefficienti  $\alpha^{28}$  e  $\beta^{29}$  rappresentano le parti reali (quantitative) della complessità di Anna ( $a = \alpha + \varepsilon i$ ) e di Biagio ( $b = \beta + \eta i$ ).

Invece, i coefficienti della parte immaginaria ( $\varepsilon$  ed  $\eta$ ) mi servono per tradurre un aspetto qualitativo (soggettivo) in un aspetto quantitativo (oggettivo): un'operazione che ogni individuo compie abitualmente quando esprime un giudizio di merito o quando identifica un ordine di preferenze personali per sintetizzare una propria sensazione relativa ad un parametro di riferimento<sup>30</sup>.

I parametri di riferimento alternativi nella trattativa sono polarizzati positivamente e negativamente perché la trattativa può avere successo o può fallire, perciò i coefficienti  $\varepsilon$  ed  $\eta$  risultano da due aspettative (positiva e negativa) relative alla trattativa in corso:

$$[ 2.8.1 ] \quad \varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$$

$$[ 2.8.2 ] \quad -1 \leq \varepsilon \leq 1$$

$$[ 2.8.3 ] \quad \eta = \eta_1 - \eta_2$$

$$[ 2.8.4 ] \quad -1 \leq \eta \leq 1$$

Estraggo  $\varepsilon_1$  ed  $\eta_1$  (i parametri positivi), somministrando separatamente ad Anna e a Biagio una domanda elementare: “Da 0 (per niente) a 10 (del tutto), la possibilità di accordarsi (di raggiungere un compromesso) con l'altra parte quanto ti soddisferebbe?”<sup>31</sup>. Le risposte fornite come valori interi (p.es., 4) si traducono in valori

28 Mi chiedo quanto vale il PdR di Anna ( $q$ ) rispetto alla pretesa ( $p$ ).

29 Mi chiedo quanto vale l'ultimatum di Biagio ( $s$ ) rispetto alla pretesa ( $p$ ).

30 La valutazione risulta grossolana, ma le persone la impiegano correntemente per decidere tra le alternative disponibili nella vita quotidiana, come hanno dimostrato Kahneman/Tversky (1979): la votazione rappresenta una porzione della loro “mentalità” (cap. 2.3), anziché l'oggetto giudicato in sé.

31 Posso precisare la domanda, chiedendo al cliente di concentrarsi e di prendersi il tempo necessario per valutare quanto la trattativa sia importante in rapporto al resto della sua vita, anche nell'ottica di evitare una procedura giudiziale.

relativi (p.es., 0,4) per ricondurre il discorso all'insieme dei numeri razionali ( $\mathbb{R}$ )<sup>32</sup>:

$$[ 2.9.1 ] \quad 0 \leq \varepsilon_1 \leq 1$$

$$[ 2.9.2 ] \quad 0 \leq \eta_1 \leq 1$$

Estraggo  $\varepsilon_2$  ed  $\eta_2$  (i parametri negativi), somministrando un'altra domanda elementare, speculare rispetto alla domanda precedente: *“Da 0 (per niente) a 10 (del tutto), la possibilità che questa trattativa fallisca quanto ti preoccupa?”*

$$[ 2.9.3 ] \quad 0 \leq \varepsilon_2 \leq 1$$

$$[ 2.9.4 ] \quad 0 \leq \eta_2 \leq 1$$

P.es., se Anna si sentisse appena poco soddisfatta per un accordo ( $\varepsilon_1 = 0,3$ ) e piuttosto preoccupata per il fallimento ( $\varepsilon_2 = 0,8$ )<sup>33</sup>, l'eq. 2.8.1 calcolerebbe  $\varepsilon = -0,5$  (mentre per l'es. di Biagio ipotizzo  $\eta = 0,4$ ). Così, avrei  $a = 0,30 - 0,5i$  per Anna (eq. 2.6.1) e avrei  $b = 0,45 + 0,4i$  per Biagio (eq. 2.6.2).

32 L'espressione dell'importanza di una trattativa mediante un paio di giudizi di valore – espressi come quote razionali (p.es.,  $\varepsilon = 0,7$ ) – potrebbe sembrare riduttiva, ma Kahneman/Tversky (1979) hanno dimostrato che le persone tendono naturalmente a basare le proprie decisioni su una riduzione della complessità, che si rappresenta con quote razionali e che, secondo gli autori, agisce come un *bias* cognitivo. Senza considerare che persone diverse (con esperienze diverse) valutano diversamente la stessa situazione. Proprio per questo – e per quanto spiego al cap. 2.3 – credo che la riduzione della complessità, anziché un *bias*, serva alle persone per rappresentare (in modo accessibile) ordini di valori non quantificabili e soggettivi (come, p.es., il desiderio di liberarsi rapidamente di un fastidio o, invece, la necessità di sentirsi rispettati “ad ogni costo”). Insomma, una valutazione semplicistica rappresenta l'esperienza pragmatica degli individui.

33 L'intensità delle variabili qualitative ( $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \eta_1, \eta_2$ ) si potrebbe misurare anche mediante una visualizzazione grafica (p.es., 0—|—————10 significherebbe 0,29), facilmente implementabile in un sistema informatico tramite un'interfaccia. Il gradiente potrebbe rappresentare anche l'intensità delle emozioni, distinte tra positive,  $\{\varepsilon_1, \eta_1\} = \{\text{Gioia, Rabbia, Sorpresa}\}$ , e negative,  $\{\varepsilon_2, \eta_2\} = \{\text{Tristezza, Paura, Disgusto}\}$ , secondo la classificazione di Ekman/Friesen (1975), che consentirebbe di costruire i coefficienti immaginari ( $\varepsilon, \eta$ ) osservando le emozioni delle parti.

Nella matematica della complessità l'interazione (negoziale) tra Anna e Biagio è una moltiplicazione ( $ab = 0,335-0,105i$ )<sup>34</sup> tra l'eq. 2.6.1 e l'eq. 2.6.2:

$$[ 2.10 ] \quad ab = (\alpha+\varepsilon i)(\beta+\eta i)$$

$$ab = \alpha\beta+\alpha\eta i+\beta\varepsilon i+\varepsilon\eta i^2$$

$$ab = \alpha\beta+\alpha\eta i+\beta\varepsilon i-\varepsilon\eta$$

$$ab = \delta+\zeta i$$

$$\lambda = \delta+\zeta i$$

La moltiplicazione di due numeri complessi ( $ab$ ) restituisce un numero complesso ( $\lambda = \delta+\zeta i$ )<sup>35</sup> che, però, l'elevazione a potenza (la riflessione del pensiero comune esercitata dal mediatore) riduce a un numero reale ( $|\lambda|^2 = 0,12325$ )<sup>36</sup>, privo di componente immaginaria (cap. 2.1):

$$[ 2.11 ] \quad |\lambda|^2 = \delta^2+\zeta^2$$

$$|\lambda|^2 = (\alpha^2+\varepsilon^2)(\beta^2+\eta^2)$$

L'eq. 2.11 restituisce un coefficiente<sup>37</sup> che risulta dalla somma dei coefficienti  $\delta^2$  e  $\zeta^2$ : uno spazio bidimensionale (un quadrato), mentre la trattativa ha una soluzione lineare (cap. 1). Perciò, il coefficiente risolutivo ( $\lambda = 0,35107$ ) risulta da una radice quadrata ( $\lambda = \sqrt{0,12325}$ )<sup>38</sup>:

$$[ 2.12 ] \quad \lambda = \sqrt{\delta^2 + \zeta^2}$$

34  $ab = (0,30-0,5i)(0,45+0,4i) = 0,135+0,12i-0,225i-0,2i^2 = 0,135-0,105i-0,2(-1) = 0,135+0,2-0,105i$ .

35  $\delta = \alpha\beta-\varepsilon\eta$  e  $\zeta i = \alpha\eta i+\beta\varepsilon i$ .

36  $|\lambda|^2 = 0,335^2-0,105^2$ , cioè  $|\lambda|^2 = 0,112225+0,011025$ .

37 Per l'eq. 2.10:  $|\lambda|^2 = (\alpha\beta-\varepsilon\eta)^2+(\alpha\eta+\beta\varepsilon)^2 = (\alpha\beta-\varepsilon\eta)(\alpha\beta-\varepsilon\eta)+(\alpha\eta+\beta\varepsilon)(\alpha\eta+\beta\varepsilon) = \alpha^2\beta^2+\varepsilon^2\eta^2-2\alpha\beta\varepsilon\eta+\alpha^2\eta^2+\beta^2\varepsilon^2+2\alpha\beta\varepsilon\eta = \alpha^2\beta^2+\varepsilon^2\eta^2+\alpha^2\eta^2+\beta^2\varepsilon^2$ .

38 Il coefficiente  $|\lambda|^2$  risulta dall'intervento del mediatore, che restituisce alle parti ( $\lambda\lambda^*$ ) la loro interazione precedente ( $ab$ ): perciò  $|\lambda|^2$  è uno spazio bi-dimensionale che il mediatore riduce a una dimensione sola ( $\lambda$ ) tramite la radice quadrata o l'*analisi* (matematica e relazionale).

Infine, il coefficiente  $\lambda$  mi consente di calcolare una soluzione reale ( $x = 351,07$  che Biagio pagherebbe ad Anna)<sup>39</sup>, basata su dati complessi:

$$[ 2.13 ] \quad x = \lambda p$$

La soluzione basata sui dati complessi (eq. 2.13)<sup>40</sup> si aggiunge alle altre (cap. 1): perciò, ottengo un vettore ( $X$  al cap. 1.7) composto da 7 soluzioni (anziché 6) e identifico la soluzione che ottimizza la scelta, applicando il modello già indicato al cap. 1.7 ( $x^* = 364,61$  con  $\Sigma x = 2.556,92 = 2.205,85 + 351,07$ ).

### 2.3. Complessità del pensiero

Mindell (2000) ha indicato che il sistema formato dai numeri complessi ( $c = a+bi$ ) e dai loro coniugati ( $c^* = a-bi$ ) esprime una caratteristica peculiare del pensiero: la mente è una complessità ( $c$ ) risultante da una parte conscia ( $a$ ) e da una parte inconscia ( $bi$ ), che il linguaggio consente di esplorare ( $c^*$ ) tramite la riflessione ( $-bi$ ), cosicché il pensiero renda accessibile ( $a^2+b^2$ ) ciò che, altrimenti, risulterebbe imperscrutabile ( $bi$ ). Così, la matematica dimostra la funzione primaria della psicanalisi, che serve a “rendere conscio l’inconscio”.

Già Matte Blanco (1975) aveva intuito la possibilità di descrivere i processi psicoanalitici tramite la *bi-logica* matematica: una logica *binaria*, costituita dalle polarità oppositive fondamentali (0/1, conscio/inconscio, digitale/analogico, finito/infinito, ecc.); ma soprattutto una logica *duplice*, capace di contemplare gli opposti come elementi compartecipanti a un’unità comune sottostante all’esperienza; opposti indifferenziabili, anziché frammenti

39 Il risultato dell’eq. 2.12 restituisce due valori ( $\pm\lambda$ ); perciò, anche il risultato dell’eq. 2.13 restituisce due valori speculari: l’incasso positivo di Anna ( $+x$ ) e il pagamento negativo di Biagio ( $-x$ ).

40 Il coefficiente risolutivo complesso ( $\lambda$ ) coincide con la funzione risolutiva generale ( $\psi$ ) dell’eq. 1.7 e deriva dai coefficienti ( $\alpha$  e  $\beta$ ), estratti dai PdR delle parti ( $q, r$ ).

disgiunti e indipendenti, differenziati dall'esperienza<sup>41</sup>; una biologica per cui ogni differenza implica un'uguaglianza e viceversa<sup>42</sup>. Matte Blanco ha sviluppato una concezione dell'inconscio, come "insieme di insiemi infiniti", che giustifica le topiche freudiane<sup>43</sup> tramite la matematica degli insiemi, che riformulo e integro di seguito<sup>44</sup>: innanzitutto, specificando il concetto di *insieme* in termini vettoriali. Matte Blanco ha impiegato gli insiemi per identificare raccolte o collezioni di concetti – idee, sentimenti, emozioni, ecc. – non ordinati e non ordinabili, cioè non classificabili perché fondamentalmente indifferenziati nell'inconscio<sup>45</sup>, dove ogni cosa (ogni idea, ogni sentimento, ogni concetto, ogni sensazione) può con-fondersi con ogni altra cosa.

L'idea di Matte Blanco proietta la logica analitica nel dominio dei numeri complessi ( $\mathbb{C}$ ) che, a differenza degli altri numeri (cap. 2.1), non sono ordinabili: nessun numero complesso può dirsi maggiore o minore di un altro numero complesso proprio perché i complessi si compongono di parti disomogenee (la componente reale e quella immaginaria), perciò incommensurabili l'una rispetto all'altra, ma intrecciate nella stessa identità ( $c = a+bi$ ). Inoltre, i numeri complessi si assimilano ai vettori: sul piano geometrico complesso i numeri appartenenti a  $\mathbb{C}$  si rappresentano come moduli dotati di verso<sup>46</sup>. In sintesi: Matte Blanco (1975) usava la parola *insiemi* per significare i vettori ( $V$ ) e le matrici ( $M$ ).

41 Schrödinger (1944/1967; 1958/1967), Capra (1975) e Bohm (1980) hanno evidenziato che anche la meccanica quantistica implica un'unità indivisa strutturale.

42 Rossi (2021: 24).

43 Freud (1899) aveva distinto le strutture *Inconscio*, *Preconscio* e *Conscio*; poi (1923) aveva distinto *Es*, *Io* e *Super-Io*. Matte Blanco (1975) ha riconosciuto nelle topiche freudiane la ricorsività degli insiemi logici: un simbolo linguistico significa una serie di altri simboli, ciascuno dei quali, a sua volta, significa un'altra serie, ecc., secondo il paradosso del dizionario già suggerito da Richard (1905).

44 Matte Blanco (1975) ha argomentato la fondatezza del metodo psicanalitico e la funzione del dialogo psicologico, ma ha riscosso poco successo in letteratura o, comunque, l'attenzione di pochi. Ritengo utile spiegare rapidamente il significato della teoria di Matte Blanco, esplicitando i nessi di causalità tra il campo matematico e quello psicologico, che rappresentano proprio la complessità riferita al cap. 2.0.

45 I vettori e le matrici con dimensioni finite sono insiemi ordinati (p.es., una frase – conscia – è un elenco di vocaboli, il cui ordine determina il significato), ad eccezione della matrice inconscia, le cui dimensioni infinite ( $M_{\infty, \infty}$ ) fanno collassare l'ordine degli elementi.

$$[ 2.14 ] \quad V = \{a, b \dots n\}$$

Un *vettore* ( $V$ ) rappresenta un pensiero cosciente, differenziabile e segmentato: un elenco finito di informazioni complesse<sup>47</sup>, ma un elenco potenzialmente infinito; perché ciò che penso di un certo simbolo<sup>48</sup> in un certo momento è limitato (o digitale o discreto), perciò de-finito, benché in momenti diversi io possa costruire infiniti elenchi diversi per identificare lo stesso simbolo<sup>49</sup>. P.es., posso chiamare  $V_{Mela}$  un insieme finito che, in un certo momento, rappresenta la mia idea di una *mela*, e posso chiamare  $V_{Vetta}$  l'insieme che, in quel momento, rappresenta la mia idea di una *vetta*:  $V_{Mela} = \{\text{Frutto, Peccato, Adamo, Eva, Eden, Discordia, Eris, Olimpo}\}$  e  $V_{Vetta} = \{\text{Roccia, Alto, Freddo, Neve, Sole, Olimpo}\}$ .

$$[ 2.15 ] \quad M = \{V_a, V_b, \dots V_\infty\}$$

Una *matrice* ( $M$ ) rappresenta il pensiero inconscio, indifferenziato e continuo, che (in termini freudiani) *condensa* qualità diverse in un simbolo e *sposta* e *proietta* le funzioni proprie di un simbolo attribuendole ad un altro simbolo: la matrice elenca una quantità infinita di vettori (a loro volta di estensione potenzialmente infinita); e alcuni elementi (le informazioni) di un vettore della matrice possono ricorrere anche in altri vettori (o porzioni) della stessa matrice; così, in una matrice posso identificare l'*intersezione* di più vettori, identificando gli elementi comuni a vettori

---

46 Argand (1874). P.es., potrei tracciare  $\sphericalangle$  per rappresentare  $c = a+bi$ : le coordinate ( $a$  sull'asse reale delle ascisse e  $b$  sull'asse immaginario delle ordinate), identificano la punta della freccia; il modulo  $|\sqrt{c^2}|=|\sqrt{a^2+b^2}|$  (eq. 2.4) identifica la lunghezza del vettore, secondo il teorema di Pitagora.

47 Informazioni costituite da componenti reali e immaginarie (cap. 2.2): p.es., l'idea di *fuoco* può evocare l'immagine di una fiamma, il calore della radiazione e altre esperienze sensoriali, insieme a cui può evocare anche un sentimento di paura oppure di dolore e altri stati emotivi.

48 In Rossi (2021) ho dimostrato perché il concetto di *simbolo* è essenziale tanto in psicologia quanto in matematica: i due campi sono strutturalmente omogenei.

49 Anche persone diverse nello stesso momento possono identificare elenchi diversi relativi allo stesso simbolo: Osborn (1953) ha spiegato che il *brainstorming* visualizza informazioni e proprietà simboliche latenti nell'inconscio di un gruppo.



diversi. Così, una rete di intersezioni è una rete – neurale (cioè una rete di scambio informativo) – che esprime la complessità del sistema psichico composto da porzioni cosce e inconse, reali e immaginarie.

La matrice inconscia ( $M_\infty$ ) raggruppa tutti i vettori, tra cui (p.es.)  $V_{Mela}$  e  $V_{vetta}$ , che all'intero di  $M_\infty$  stessa contengono anche altre informazioni (tab. 2.1), oltre a quelle già elencate nell'es. qui sopra.

X	Mela	Vetta	...	Olimpo	Y
...	Frutto	Roccia	...	Dei	...
...	Peccato	Alto	...	Grecia	...
...	Adamo	Freddo	...	Montagna	...
...	Eva	Neve	...	<u>Vetta</u>	...
...	Eden	Sole	...	Olimpia	...
...	Discordia	<u>Olimpo</u>	...	Passato	...
...	Eris	Bandiera	...	Mitologia	...
...	<u>Olimpo</u>	Sci	...	Zeus	...
...	Newton	Estate	...	...	...
...	Gravità	Inverno	...	...	...
...	...	...	...	...	...

**Tabella 2.1:** Esempio di matrice inconscia.

La psicanalisi “rende coscio l'inconscio” perché – tramite il dialogo e la riflessione – consente di acquisire intellettualmente l'intersezione dei vettori o, in altri termini, esplicita una porzione finita della matrice infinita: p.es., nel mio inconscio l'*Olimpo* pertiene tanto alla *Mela* quanto alla *Vetta*; ero inconsapevole della reciprocità (per me) tra *Mela* e *Vetta* – tramite l'*Olimpo* – prima di svelare le associazioni inconse di quella porzione della matrice.<sup>50</sup> Così, la porzione di matrice che individua le intersezioni – l'insieme di dati comuni a vettori diversi – è una matrice conscia, perciò è una matrice limitata da certi estremi (X e Y):

$$[ 2.16 ] \quad M_{X,Y} = \{ V_a, V_b \dots V_n \}$$

<sup>50</sup> Si pensi alle implicazioni simboliche che investono i soldi, la famiglia, gli affetti, la morale, ecc., se l'es. di *Mela*, *Vetta* e *Olimpo* sembra riduttivo; soprattutto in un'ottica di mediazione dei conflitti.

D'altro canto, la possibilità di partizionare una matrice ( $M_{x,y}$ ) implica che un vettore sia una matrice costituita da una sola riga o da una sola colonna ( $M_x$  o  $M_y$ ) contenente un numero finito di elementi: così, un vettore ( $V$ ) è una porzione conscia dell'inconscio ( $M_\infty$ ) che si esplicita tramite il dialogo strutturato (cioè un dialogo coerente con i simboli che individuano le intersezioni della matrice<sup>51</sup>) e tramite la riflessione – intesa sia come la restituzione o il rispecchiamento di un terzo, capace di esplicitare consciamente l'inconscio (cap. 2.2), sia come l'introspezione che un individuo esercita su sé stesso.

Il dialogo psicologico inteso in senso ampio<sup>52</sup> – sia esso una psicanalisi, una consulenza, una mediazione, ecc. – proietta certi simboli linguistici consci ( $V$ ) per associarli ad altri simboli mentali consci e inconsci ( $M$ ), cioè compone un vettore con una matrice ( $MV$ ) per recuperare un nuovo vettore ( $W$ ), che veicola significati nuovi:

$$[ 2.17.1 ] \quad MV = W$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} xa+by \\ cx+dy \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w \\ z \end{bmatrix}$$

La composizione di una matrice con un vettore ( $MV$ ) restituisce sempre un vettore nuovo ( $W$ ), ma la composizione restituisce un vettore significativo – cioè un vettore che esplicita informazioni latenti – solo se la struttura del vettore compositivo ( $V$ ) corrisponde alla struttura della matrice ( $M$ ): il dialogo ( $MV$ ) deve essere qualificato professionalmente affinché produca “senso”, altrimenti, il dialogo produce solo “parole vuote”. Perciò, il risultato di un colloquio psicologico si ottiene solo mediante l'impiego di vettori specifici, che i matematici chiamano *autovettori* (ted. *Eigenvek-*

51 Le *domande potenti* servono proprio a intercettare gli interessi nodali di una persona, come ho spiegato in Rossi (213/2022<sup>6</sup>), perché operano sui simboli linguistici (compresi in  $V$ ) impiegati dal cliente.

52 Giovannini (1998).

tor)<sup>53</sup>: vettori ( $V$ ) caratterizzati dalla capacità di restituire la stessa (*auto-*) immagine originale ( $M$ ), ma da una prospettiva diversa ( $W$ ). Solo certe informazioni costituiscono un autovettore perché solo certe informazioni rappresentano il significato del rapporto interno tra le informazioni della matrice<sup>54</sup>.

L'algebra delle matrici dimostra che la moltiplicazione di una matrice per un vettore ( $MV$ )<sup>55</sup> restituisce un altro vettore ( $W$ ), così come anche la moltiplicazione di uno scalare per un vettore ( $kV$ ) restituisce un altro vettore. Se i valori sono coerenti, le due moltiplicazioni restituiscono proprio lo stesso vettore ( $W$ ):

$$[ 2.17.2 ] \quad kV = W$$

$$k \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} kx \\ ky \end{bmatrix}$$

$$k \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w \\ z \end{bmatrix}$$

$$[ 2.17.3 ] \quad MV = kV$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = k \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

L'algebra dimostra la possibilità – esperita correntemente nelle attività umane – di ridurre la complessità in simboli elementari: uno scalare ( $k$ ) – un numero – può rappresentare una matrice intera ( $M$ ), riassumendone tutta la complessità sul piano simbolico, come le persone fanno correntemente (p.es.) quando esprimono un “giudizio di valore” (i coefficienti  $\varepsilon$  e  $\eta$  al cap. 2.2)<sup>56</sup>. In sintesi,

53 Hilbert (1904).

54 Il rapporto tra le informazioni si identifica nel *determinante* (eq. 2.20).

55 Per semplicità opero con matrici  $2 \times 2$ , ma il discorso vale per matrici di qualsiasi ordine ( $n \times n$ ), purché *quadrate*. Del resto, la matrice inconscia è quadrata perché infinita:  $M_{\infty, \infty}$ .

56 Ecco perché sostengo che la riduzione simbolica serva alle persone per accedere alla complessità o per restituirla nell'esperienza pragmatica, differenzialmente dall'idea di Kahneman/Tversky (1979), che sostenevano l'ipotesi del *bias* cognitivo.

l'eq. 2.17.3 significa  $M = k$ , se divido entrambi i membri per  $V$ : un simbolo elementare ( $k$ ) può rappresentare una mentalità ( $M$ ).

Lo scalare ( $k$ ) si chiama *autovalore* (ted. *Eigenwerte*)<sup>57</sup>, se soddisfa l'eq. 2.17.3 ( $M = k$ ): sia  $M$ , sia  $k$  restituiscono lo stesso vettore risultante ( $W$ ), se li moltiplico per l'autovettore ( $V$ , il vettore che consente l'identità  $M = k$ ).

L'identità ( $M = k$ ) si verifica tramite un sistema di equazioni lineari – cioè un sistema di relazioni tra gli elementi elencati nei vettori – che posso rappresentare utilizzando la *matrice identità* ( $I$ )<sup>58</sup>: uno strumento che produce un *isomorfismo* perché trasforma ogni vettore ( $V$ ) in un vettore identico a sé stesso ( $VI = V$ ).

$$[ 2.18 ] \quad I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Perciò, posso riscrivere l'eq. 2.17.13:

$$[ 2.19 ] \quad MV = kVI$$

$$MV - kVI = 0$$

$$V(M - kI) = 0$$

$$V \left( \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} - k \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) = 0$$

$$V \left( \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} \right) = 0$$

$$V \begin{bmatrix} a-k & b \\ c & d-k \end{bmatrix} = 0$$

57 Hilbert (1904). L'autovalore si chiama anche *eigenvalue*.

58 Per semplicità indico una matrice  $2 \times 2$ , ma il *determinante* di ogni matrice identità è sempre 1 (perciò la matrice identità si chiama anche *matrice unitaria*). Il determinante di una matrice risulta dalla differenza tra i prodotti degli elementi delle diagonali:  $1 = (1 \times 1) - (0 \times 0)$  nell'eq. 2.18. Ogni elemento della diagonale principale della matrice unitaria è 1, mentre tutti gli altri elementi sono nulli (0).

La soluzione del sistema lineare (eq. 2.19) si ha quando il determinante della matrice si annulla:

$$\begin{aligned}
 [ 2.20 ] \quad & (a-k)(d-k)-bc = 0 \\
 & k^2-ak-dk+ad-bc = 0 \\
 & k^2-k(a+d)+ad-bc = 0 \\
 & k_{1,2} = \frac{a+d \pm \sqrt{a^2 - 2ad + d^2 + 4bc}}{2}
 \end{aligned}$$

L'eq. 2.20 ha due soluzioni ( $k_1$  e  $k_2$ ), come qualsiasi equazione di secondo grado<sup>59</sup>. Perciò, due autovalori soddisfano l'identità 2.17.3 rispetto a due autovettori distinti ( $V_1$  per  $k_1$  e  $V_2$  per  $k_2$ )<sup>60</sup>: una complessità di informazioni relative a un'idea medesima ( $V$ ) – come la tensione emotiva riferita al cap. 2.2 – si può ridurre a un autovalore simbolico ( $k$ ) – come i voti o i giudizi espressi da chi partecipa al negoziato o come gli attributi lessicali e i commenti qualitativi espressi da un cliente in un qualsiasi colloquio psicologico o, ancora, come una metafora<sup>61</sup> o un'icona – che significa la rete di intersezioni della matrice, cioè che significa (e comunica) una porzione di inconscio ( $M_\infty$ ) divenuto conscio ( $M_{x,y}$ ), cioè (ancora) che significa la complessità dei sentimenti.

Il sistema opera anche in direzione opposta: gli autovalori ( $k$ ) riferiti (più o meno consapevolmente) da un cliente e stimolati adeguatamente nel *setting*<sup>62</sup> mi consentono di (ri)costruire gli autovettori ( $V$ ) – i miei messaggi funzionali, prodotti professionalmente – tramite cui esplicitare le idee latenti ( $W$ ). Una matrice con-

59 Ogni equazione di secondo grado ( $px^2+qx+r = 0$ ) si risolve applicando la formula canonica:  $x_{1,2} = (-q \pm \sqrt{q^2 - 4pr}) / (2p)$  con due soluzioni ( $x_1, x_2$ ). Sostituendo i dati della formula ( $p, q, r, x$ ) con i dati dell'eq. 2.20 ( $1, a+d, ad-bc, k$ ), ottengo:  $k_{1,2} = [a+d \pm \sqrt{(a-d)^2 - 4(ad-bc)}] / 2$ , che riscrivo come  $k_{1,2} = [a+d \pm \sqrt{(a-d)(a-d) - 4ad + 4bc}] / 2$ , che riscrivo ancora come  $k_{1,2} = (a+d \pm \sqrt{a^2 + 2ad + d^2 - 4ad + 4bc}) / 2$ .

60 P.es., l'eq. 2.20 con  $M = \{-6, 3; 4, 5\}$  calcola  $k_1 = 6 = -6+5+13/2$  e calcola  $k_2 = -7 = -6+5-13/2$ , mentre l'eq. 2.22 restituisce i relativi autovettori ( $V_1$  e  $V_2$ ).

61 In Rossi (2013/2022<sup>6</sup>: 137-138) ho spiegato come utilizzare le metafore per facilitare l'elaborazione emotiva del conflitto.

62 In Rossi (2013/2022<sup>6</sup>) ho spiegato come utilizzare la tecnica dell'*ascolto attivo* proprio per costruire un *setting* funzionale.

scia di cui conosco i dati ( $M_{X,Y} = \{a, b, c, d\}$  dalle eq.ni precedenti) corrisponde a un autovalore ( $k$ ), associato a un autovettore  $V = \{x, y\}$  di cui intendo conoscere le incognite ( $x, y$ ). L'eq. 2.19 definisce un sistema lineare di cui conosco i dati ( $a, b, c, d, k$ ):

$$[ 2.21 ] \quad \begin{cases} (a-k)x + by = 0 \\ cx + (d-k)y = 0 \end{cases}$$

$$ax - kx + by = cx + dy - ky$$

$$ax - cx - kx = dy - by - ky$$

$$x(a-c-k) = y(d-b-k)$$

$$[ 2.22 ] \quad V = \begin{bmatrix} d-b-k \\ a-c-k \end{bmatrix}$$

L'eq. 2.22 mostra che i fattori del sistema 2.21 ( $a-c-k$  e  $d-b-k$ ) identificano i dati dell'autovettore ( $V$ )<sup>63</sup> che equivalgono all'autovalore ( $k$ ).

Considerato che per Matte Blanco (1975) le parole possono sostituire i numeri (perché le parole e i numeri hanno valore simbolico), solo certe parole (cioè certi simboli) compongono l'autovettore ( $V$ ) coerente con un'idea o con l'autovalore ( $k$ ) che rappresenta una matrice dei sentimenti ( $M$ ) di una certa persona rispetto a un certo tema. Ricostruisco proprio  $M$  e  $k$  quando ascolto un cliente e restituisco i significati latenti del suo discorso ( $V$ )<sup>64</sup>, che identifica e circonda un campo specifico del suo inconscio ( $M_\infty$ ) o che (in altri termini) estrae una matrice conscia (finita,  $M_{X,Y}$ ) dalla matrice inconscia (infinita). In sintesi: un simbolo (l'autovalore  $k$ ) sostituisce o riassume o significa un insieme di simboli (l'autovettore  $V$ ); e, a loro volta, l'autovalore e l'autovettore trasformano un insieme di simboli più esteso (la matrice  $M$ ) in un in-

63 P.es., l'eq. 2.22 con  $M = \{-6, 3; 4, 5\}$  e con  $k_1 = 6$  calcola  $V_1 = \{-4, -16\}$  ( $5-3-6 = -4$  e  $-6-4-6 = -16$ ), mentre con  $k_2 = -7$  calcola  $V_2 = \{9, -3\}$  ( $5-3+7 = 9$  e  $-6-4+7 = -3$ ). Semplificando i termini:  $V_1 = \{1, 4\}$  (fattori comuni a 4 e 16) e  $V_2 = \{3, -1\}$  (*idem*). Infine,  $V$  e  $k$  calcolano lo stesso  $W$ :  $MV_1 = k_1V_1 = W_1 = \{6, 24\}$  (perché  $6 \times 1 = 6$  e  $6 \times 4 = 24$ ) e  $MV_2 = k_2V_2 = W_2 = \{-21, 7\}$  (perché  $-7 \times 3 = -21$  e  $-7 \times -1 = 7$ ).

64 Ogni enunciato è un vettore di vocaboli orientato verso l'ascoltatore.

sieme di simboli ridotto (il vettore risultante  $W$ ), preservando la struttura di senso della matrice ed esplorandone la complessità, traducendo i simboli in altri simboli sinonimici. In ogni momento le persone circoscrivono la propria matrice inconscia ( $M_\infty$  infinita e ricorsiva) a una porzione discreta ( $M_{x,y}$ ), che le persone esprimono con un discorso (l'autovettore  $V$ ), il cui significato si può tradurre con un altro discorso (il vettore risultante  $W = MV$ ) e il cui senso simbolico si può sintetizzare in un'immagine o in una metafora (l'autovalore  $k$ ).

Ogni discorso di ogni persona identifica autovettori e autovalori specifici: ciascun individuo organizza una matrice diversa – *personale* – ordinata o organizzata in modo diverso, perciò con determinanti (strutture), con autovalori (simboli) e con autovettori (discorsi) appropriati a varie porzioni di matrice. Ecco perché ogni professionista deve trovare il modo adatto per relazionarsi (o regolarsi) con ciascun cliente<sup>65</sup>.

Gli autovalori ( $k$ ), che rappresentano una matrice ( $M$ ) in funzione di autovettori specifici ( $V$ ), esplicitano i discorsi compatibili ( $W$ )<sup>66</sup> espressi dal mediatore. P.es., se Anna dicesse che “*Biagio è spietato e senza scrupoli, potrebbe mentire e invocare testimoni mendaci*” ( $V$ ), il mediatore capirebbe quanto intensamente Anna si senta preoccupata di dover affrontare un processo giudiziale e, perciò, quanto Anna intenda evitare il processo, benché lo reputi necessario<sup>67</sup>: il mediatore tradurrebbe la propria comprensione in una metafora ( $k$ ) o in un discorso ( $W$ ) che restituisca il sentimento di Anna ( $M$ ) da un'altra prospettiva ( $kV = W$ ).

La matrice infinita inconscia ( $M_\infty$ ) esprime legami interdipendenti<sup>68</sup>, di cui riduciamo la complessità abitualmente nella pragmatica quotidiana: le relazioni – le interazioni – tra certi elementi di  $M_\infty$  (fig. 2.1) si riducono (si raccolgono) in un sottoinsieme finito ( $M_{x,y}$ ), che identifica gli autovalori ( $k$  dall'eq. 2.20) capaci di

65 Nell'ottica sistemico-relazionale, Tramonti/Fanali (2013) hanno chiarito le ragioni per cui bisogna personalizzare il colloquio psicologico.

66 Il vettore risultante ( $W$ ) arricchisce e amplia la matrice inconscia ( $M_{\infty,\infty}$ ), che per definizione è infinita nel suo sviluppo storico, proprio grazie all'acquisizione ricorsiva di informazioni risultanti dall'interazione interpersonale, che svela significati emergenti (autovettori e autovalori). Guidano (1988) sosteneva la stessa ipotesi, benché in termini diversi.

67 In Rossi (2013/2022<sup>6</sup>) ho approfondito come “analizzare la domanda” in mediazione, seguendo Rosenberg (1999) e Carli/Paniccia (2003).

68 L'interazione tra certi elementi della matrice influisce su altri elementi che, alterati a loro volta, interagiscono con altri elementi ancora.

esprimere le possibilità interattive dei vari elementi, che a loro volta risultano nel vettore pragmatico ( $W$ ). L'autovalore ( $k$ ) riduce la complessità della matrice ( $M$ ): il giudizio di valore che una persona esprime su una certa circostanza (i coefficienti  $\varepsilon$  e  $\eta$  al cap. 2.2) o la rappresentazione metaforica di un pensiero (uno strumento impiegato nella psicologia clinica) riassume la rete dei legami inconsci della persona medesima.

Nei termini di Chomsky (1965): il mediatore interpreta il pensiero di ogni cliente pronunciando un *enunciato* – una serie di parole (il vettore  $W$ ) – che esprime il significato intenzionale ( $MV$ ) del discorso espresso dalla *struttura superficiale* ( $V$ ) del cliente, che a sua volta dipende dalla *struttura profonda* ( $M$ ) del cliente medesimo e che si rappresenta come una complessità simbolica ( $k$ ) nei termini semiotici di Ogden-Richards (1923).

L'algebra delle matrici (cap. 1.7) può spiegare l'empatia del professionista (come il mediatore) che capisce la mentalità – la struttura profonda del pensiero – di un cliente:

$$[ 2.23.1 ] \quad MV = |W\rangle$$

$$[ 2.23.2 ] \quad M = |W\rangle\langle V|$$

$$\begin{bmatrix} wu & wv \\ zu & zv \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w \\ z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u & v \end{bmatrix}$$

L'eq. 2.23.1 riformula l'eq. 2.17.1 in termini vettoriali e si risolve con l'eq. 2.23.2: il prodotto esterno tra la restituzione enunciata dal mediatore ( $W$ ) e l'enunciazione originaria del cliente ( $V$ ) identifica la struttura profonda del pensiero del cliente ( $M$ ).

Lavorando col dialogo (*nel* dialogo), moltiplicare tra loro le parole degli enunciati (p.es.,  $zv$ ) significa espandere il loro contenuto in un vettore nuovo<sup>69</sup>: Matte Blanco (1975) ha teorizzato gli “insiemi infiniti” dell'inconscio perché ogni singolo valore di una matrice semantica (p.es.,  $zv$  nell'eq. 2.23.2) risulta come un vettore; e ogni vettore (riga o colonna) della matrice risulta come un vettore di vettori – una ricorrenza infinita di significazioni<sup>70</sup>.

Così, la matematica della complessità dimostra la dinamica degli strumenti di sostegno alla persona centrati sul dialogo (come la

<sup>69</sup> P.es., *SolexMare* = {Estate, Bagno, Abbronzatura, Riposo, Vacanze}.

<sup>70</sup> Richard (1905).



psicanalisi, la mediazione, ecc.) e dimostra la possibilità di automatizzare alcune porzioni di colloquio, per alleggerire la gestione dei conflitti, quando la loro struttura consente di tradurre un aspetto qualitativo in un'informazione quantitativa, come può capitare nei conflitti bagatellari o in materia di consumo.

## Bibliografia

**Argand JR** (1874) *Essai sur une manière de représenter les quantités imaginaires dans les constructions géométriques*, Paris, Gauthier-Villars.

**Azzato L** (2006) *The Multi-door Courthouse Approach: A Look Across the Threshold*, The Suffolk Lawyer, December.

**Bohm DJ** (1980), *Wholeness and the Implicate Order*, London, Routledge.

**Bombelli R** (1572) *L'Algebra*, Bologna, Rossi.

**Bonsante F** (1998) *Il contatto interpersonale: dalla teoria alla pratica*, in Giovannini (1998: 119-150).

**Brett JM** (2000) *Culture and Negotiation*, International Journal of Psychology #35,2: 97-104.

**Bush RAB / Folger JP** (2004) *The Promise of Mediation: The Transformative Approach to Conflict*, Hoboken, Wiley.

**Capra F** (1975) *The Tao of Physics*, Boulder, Shambhala.

**Cardano G** (1545) *Artis Magnæ, Sive de Regulis Algebraicis, Lib. unus*, Nuremberg, Petreius.

**Carli R / Paniccia RM** (2003) *Analisi della domanda. Teoria e intervento in psicologia clinica*, Bologna, il Mulino.

**Ceruti M** (2018) *Il tempo della complessità*, Milano, Raffaello Cortina.

**Chomsky N** (1965) *Aspects of the Theory of Syntax*, Cambridge, MIT Press.

**Coogler J** (1978) *Structured Mediation in Divorce Settlement: A Handbook for Marital Mediators*, Lanham, Lexington.

**Dalfonzo V** (2002) *National Crisis Negotiation Course*, Quantico, FBI Academy.

**Einstein A** (1905) *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*, Annalen der Physik #322,10: 891-921.

**Ekman P / Friesen W** (1975) *Unmasking the Face. A Guide to Recognizing Emotions from Facial Clues*, Upper Saddle River, Prentice Hall.

**Fisher R / Ury W** (1981) *Getting To Yes. Negotiating Agreement Without Giving In*, Boston, Houghton Mifflin.

**Fisher R / Shapiro D** (2005) *Beyond Reason. Using Emotions as You Negotiate*, London, Penguin.

**Freud S** (1899) *Die Traumdeutung*, Leipzig, Deuticke.

**Freud S** (1910) *Über einen besonderen Typus der Objektwahl beim Manne*, Jahrbuch für psychoanalytische und psychopathologische Forschungen #2: 389-397.

**Freud S** (1923) *Das Ich und das Es*, Wien, Norton.

**Giovannini D** (ed.) (1998) *Colloquio psicologico e relazione interpersonale*, Roma, Carocci.

**Guidano V** (1988) *La complessità del sé. Un approccio sistemico-processuale alla psicopatologia e alla terapia cognitiva*, Torino, Bollati Boringhieri.

**Hayek F** (1978) *New Studies in Philosophy, Politics and the History of Ideas*, Chicago, University of Chicago Press.

**Hilbert D** (1904) *Grundzüge einer allgemeinen Theorie der linearen Integralgleichungen (Erste Mitteilung)*, Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, mathematisch-physikalische Klasse: 49-91.

**Hooper C / Pesantez M / Rizvi S** (2005) *Cross-Cultural Communication and Negotiation*, [www.hooper.cc/pdfs/cross-culture\\_negotiation.pdf](http://www.hooper.cc/pdfs/cross-culture_negotiation.pdf).

**Hurwicz L** (1945) *The Theory of Economic Behavior*, The American Economic Review #35,5: 909-925.

**Jung CG** (1933) *Modern Man in Search of a Soul*, London, Kegan-Trench-Trubner.

**Jung CG** (1934) *Allgemeines zur Komplextheorie*, Aarau, Sauerländer.

**Kahn RL / Cannel CF** (1957) *Dynamics of Interviewing*, New York, Wiley.

**Kahneman D / Tversky A** (1979) *Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk*, *Econometrica* #47,2: 263-291.

**Kalai E / Smorodinsky M** (1975) *Other Solutions to Nash's Bargaining Problem*, *Econometrica* #43,3: 513-518.

**Kullback S / Leibler RA** (1951) *On Information and Sufficiency*, *Annals of Mathematical Statistics* #22,1: 79-86.

**Lorentz HA** (1904) *Electromagnetic Phenomena in a System Moving with any Velocity Smaller than That of Light*, *Proceedings of the Royal Netherlands Academy of Arts and Sciences* #6: 809-831.

**Luce D / Raiffa H** (1957) *Games and Decisions*, New York, Wiley.

**Matte Blanco I** (1975) *The Unconscious as Infinite Sets. An Essay on Bi-Logic*, London, Duckworth.

**Mindell A** (2000) *Quantum Mind. The edge Between Physics and Psychology*, Portland, Deep Democracy Exchange.

**Minkowski H** (1909) *Raum und Zeit*, *Jahresberichte der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* #18: 75-88.

**Morin E** (1990) *Introduction à la pensée complexe*, Paris, ESF.

**Nash JF** (1950) *The Bargaining Problem*, *Econometrica* #18: 155-162.

**Ogden RG / Richards IA** (1923) *The Meaning of Meaning*, London, Routledge.

**Osborn AF** (1953) *Applied Imagination: Principles and Procedures of Creative Problem Solving*, New York, Charles Scribner's Sons.

**Pombeni ML** (1998) *Il colloquio di orientamento*, in Giovannini (1998: 237-257).

**Raiffa H** (1953) *Arbitration Schemes for Generalized Two-person Games*, *Contributions to the Theory of Games (Annals of Mathematics 28)* #2: 361-387.

**Raiffa H** (1982) *The Art and Science of Negotiation*, Cambridge, Harvard University Press.

**Richard J** (1905) *Les principes des Mathématiques et le problème des ensemble*, *Revue Générale des Science Pures et Appliquées* #16,12: 541-543.

**Rosenberg MB** (1999) *Nonviolent Communication: A Language of Compassion*, Encinitas, Puddledancer Press.

**Rossi OD** (2019-2020) *Pensiero magico e scientifico. Un'epistemologia dei saperi occidentali tra fisica, economia e antropologia*, Roma, IFOR, [www.iformediate.com/articoli-liberi/pensiero-magico-scientifico.pdf](http://www.iformediate.com/articoli-liberi/pensiero-magico-scientifico.pdf).

**Rossi OD** (2021) *Unconscious Foundations of Mathematics*, Roma, IFOR, [www.iformediate.com/articoli-liberi/unconscious-foundations-mathematics.pdf](http://www.iformediate.com/articoli-liberi/unconscious-foundations-mathematics.pdf).

**Rossi OD** (2013/2022<sup>6</sup>) *Cultura negoziale. Come conciliare un accordo*, Roma, IFOR.

**Schelling TC** (1960) *The Strategy of Conflict*, Cambridge, Harvard University Press.

**Schrödinger E** (1944/1967) *What is Life? The Physical Aspect of the Living Cell*, Cambridge, Cambridge University Press.

**Schrödinger E** (1958/1967) *Mind and Matter*, Cambridge, Cambridge University Press.

**Shannon C** (1948) *A Mathematical Theory of Communication*, Bell System Technical Journal #27,3: 379-423.

**Stone D / Patton B / Heen S** (1999) *Difficult Conversations. How to Discuss What Matters Most*, London, Penguin.

**Tramonti F / Fanali A** (2013) *Identità e legami. La psicoterapia individuale a indirizzo sistemico-relazionale*, Firenze, Giunti.

**Tversky A / Kahneman D** (1974) *Judgment under Uncertainty: Heuristics and Biases*, Science #185: 1124-1131.

**Von Neumann J / Morgenstern O** (1944) *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton, Princeton University Press.